جبر مقابلہ

حصہ اول

فائدے

طالبعلمان ابتدائی کے واسطے

حسب الحکم

جناب مستطاب صاحب آرنولڈ صاحب بہادر

ڈائرکٹر اف پبلک انسٹرکشن ممالک پنجاب وغیرہ

۱۸۵۸ع

مطبع کوہ نور لاہور محلہ بکھی دروازہ حویلی منشی سنگھ میں

باہتمام منشی ہرسکھ رائے مالک مطبع و غلام محمد مہتمم مطبع چھپا

اصول جبر [illegible]

جسطرح علم حساب میں تعداد کی بجای ہندسے ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ وغیرہ لکھی جاتی ہیں اوسیطرح جبر مقابلے میں تعداد کی بجای حروف لکھی جاتی ہیں جیسی پانی سے بہنے کے [illegible] کی ناو ہزاروں مال لاد کر دریای گنگ میں مثل ہوا اڑتے چلی جاتی ہے اور دیسی ناو جسکو ناتہونیے کہیوتے ہیں اوسمیں دہوئی کی ناو کی نسبت مال بہی کم لدتا ہے اور تنگتی سی جاتی ہے اسیطرح جبر مقابلے سے سوالات مشکل باسانی حل ہوجاتے ہیں اور وہی سوالات علم حساب سے بدقت حل ہوتے ہیں اور سوال بیشمار ایسی ہیں کہ علم حساب سے اونکی جواب ہرگز نہیں نکلتے سوال مندرجہ ذیل اس مرادسے لکہا جاتا ہے کہ مبتدیوں پر روشن ہو کہ جبر مقابلے سے بہ نسبت علم حساب کے سوالات مشکل باسانی حل ہوجاتے ہیں

سوال

وہ کونسا عدد ہے کہ جب اوسمیں ۱۰ ملا دیں تو حاصل جمع عدد مطلوب سے [illegible] چند ہو

اب وان اول بموجب قاعدہ حساب خطائین کے اِس حساب کو اِسطرح حل کرینگے +
اول فرض کرو کہ ۲۰ عدد مطلوب ہی تو اِسمیں ۱۰ جوڑنے سی ۳۰ حاصل جمع
ہوا اور سہ چند یعنی تگنا ۲۰ کا ۶۰ ہے اِسلئی ۶۰ اور ۳۰ میں ۳۰ کا
فرق رہا دوسری فرض کرو کہ ۱۰ عدد مطلوب ہی تو اوسمیں ۱۰ جوڑنے سے ۲۰ حاصل جمع
ہوا اور تگنا ۱۰ کا ۳۰ ہے اِسلئی ۳۰ اور ۲۰ میں ۱۰ کا فرق رہا پس بموجب
قاعدہ حساب خطائین کے ۳۰ گنی ۱۰ یا ۳۰۰ میں سی ۱۰ گنی ۲۰ یا ۲۰۰ کم
کئی تو ۱۰۰ باقی بچی اِس باقی کو دونو تعداد کے فرق یعنی ۳۰ اور ۱۰ کے
حاصل تفریق ۲۰ پر قسمت کرنے سے ۵ حاصل ہوئی یہی عدد مطلوب ہوا +
جبر مقابلی کے بموجب اِس سوال کے حل کرنے کا یہہ طریق ہے فرض کرو
کہ د عدد مطلوب ہی تو بموجب شرایط سوال کے د + ۱۰ = ۳ د دونو مقدار
مساوی یعنی د + ۱۰ اور ۳ د میں سی د کو منہا کیا تو ۲ د = ۱۰ اور
۲ د یعنی د = ۵ یہی عدد مطلوب ہوا +
جبر مقابلہ پڑہنی والوں کو چاہیئے کہ جن دو طریقوں سے اِس سوال کا جواب
نکالا ہی اون میں دیکھیں کہ کونسا طریق سہل ہی اور مختصر ہے اور ایسی سوال
بے انتہا ہیں کہ وی علم حساب سی مطلق نہیں ہو سکتی اِس حقیقت
دکھلانے کی لیئے اگر اِس مقام پر کوئی مثال لکھی جاتی تو اوسکا سمجھنا ابھی
مبتدیوں کو مشکل ہوتا مگر یہہ حال آگے ظاہر ہوگا +

حدود

دفعہ ۱ لفظ مقدار کے معنی اندازہ ہیں اور اوس سی ہر ایک چیز کا اندازہ یعنی

تعداد معلوم ہو جاتی ہے کہ وہ چیز تول اور شمار وغیرہ میں کسقدر ہے اسلئی علم حساب
میں مقدار کی بجای ہندسہ لکھتے ہیں مثلاً آدمیوں کی مقدار یا تعداد وشمار سے معلوم
ہوتی ہے اور کپڑے کی مقدار تعداد گز سے جیسے ۱۰ آدمی اور ۲۰ گز کپڑا +
جبر مقابلہ میں مقادیر معلومہ یعنی جانی ہوئیں مقادیر مثلاً ۱۰ آدمی ۲۰ گھوڑے وغیرہ
کی بجای حروف ح س ط ع وغیرہ لکھتے ہیں اور مقادیر مجہولہ یعنی بے جانی ہوئی
کی بجای (مثلاً ایک شخص نے پوچھا کہ کتنے گز کپڑا ہے یا کتنے من غلہ یہاں گز اور
من کی تعداد نامعلوم ہیں) ایسے حروف د ر ز و لا ذ ذ وغیرہ
لکھتے ہیں ان حروف کی استعمال سے عمل حساب مختصر ہو جاتا ہے کیونکہ مثلاً ۲۳۴۴۴۴
کے بجای صرف ایک حرف ح لکھ سکتے ہیں +

بیان جمع وتفریق اور ضرب وتقسیم وغیرہ کی علامات کا

دفعہ ۸ + یہہ علامت واسطے جمع کے آتی ہے اسے علامت جمع یا علامت
اثبات کہتے ہیں اور جب + یہہ علامت دو مقادیر کے بیچ میں آتی ہے تو اوس سے
یہہ مراد سمجھو کہ داہنے طرف کی مقدار میں بائیں طرف کی مقدار جمع کرنی ہے مثلاً
ح + س اسے ح مثبت س پڑھتے ہیں اور اس سے یہہ مراد سمجھتے ہیں کہ
ح مقدار میں س مقدار شامل کرنی ہے اور فرض کرو کہ ح برابر ہے ۵ کی اور
س برابر ۷ کے تو ح + س برابر ہوگا ۵ + ۷ یا ۱۲ کے اور جو ط ۴ کے
برابر ہو تو ح + س + ط جسے ح مثبت س مثبت ط پڑھینگے ا
۱۲ + ۴ یا ۱۶ کے برابر ہوگا +

دفعہ ۹ — یہہ علامت واسطے تفریق کے آتی ہے اور اسے علامت تفریق

یا علامت نفی کہتے ہیں اسلئے جب یہہ علامت دو مقادیر کے بیچ میں آوے تو اس
یہہ سمجھو کہ داہنی طرف کی مقدار میں سے بائیں طرف کی مقدار گھٹانی ہے مثلاً
ح – س ایسے ح منفی س پڑہتے ہیں اور اوسکے یہہ معنی ہیں کہ ح میں سے
س کو منہا کرنا ہے اگر بجائے ح کے ۱۰ رکہو اور بجائے س کے ۶ تو
ح – س برابر ہوگا ۱۰ – ۶ یعنی ۴ کے اور جو ط برابر ہو ۳ کے تو
ح – س – ط برابر ہوگا ۱۰ – ۶ – ۳ کے یا ۱ کے اور اسے ح منفی س
اور منفی ط پڑہینگے ؛

دفعہ ۴ × یہہ علامت واسطے ضرب کی آتی ہے اسے علامت ضرب بولتے ہیں
اسلئے جب × یہہ علامت دو مقادیر کے درمیان میں آوے تو اس سے
یہہ مراد سمجھتے ہیں کہ داہنی طرف کی مقدار میں بائیں طرف کی مقدار کو ضرب دینا ہے
مثلاً ح × س ایسے ح مضروب س میں یا مقدار س کو مقدار ح میں ضرب
دینا پڑہینگے اور اسکے یہہ معنی ہیں کہ س کو ح میں ضرب دینا ہے اگر ح کو
۸ کے برابر فرض کرو اور س کو ۶ کے برابر تو ح × س برابر ہوگا ۸ × ۶
یعنی ۴۸ کے اگر ط کو ۲ کے برابر فرض کرو تو ح × س × ط برابر ہے
۸ × ۶ × ۲ یا ۹۶ کے اسیطرح ۳ × ۲ اسکے معنی ہیں ۳ مضروب ...
۲ ؛

× اس علامت کی عوض · ایک نقطہ بھی لکہتے ہیں جب دو یا
زیادہ مقادیر کو آپسمیں ضرب کرتے ہیں تو کبھی انکے درمیان علامت ضرب
نہیں لکھتے اسلئے جب دو مقادیر کے درمیان کوئی علامت نہو تو جانو کہ باہم ضرب

کی مقدار اپنی طرف کی مقدار میں ضرب دیجائیگی مثلاً ح × س یا ح . س
اور ح س ان سب سے یہی مراد ہے کہ مقدار س ح دفعہ جوڑی جائیگی
یا مقدار س مقدار ح میں ضرب دیجائیگی اسیطرح ۲ د سے یہی مراد ہے کہ د کو ۲ دفعہ جوڑو
ح × س × ط یا ح . س . ط اور ح س ط ان سب سے ایک ہی مراد ہے
اور ۳ د ر سے د اور ر کا تگنا حاصلضرب سمجھو مگر دو حرف یا ایک عدد
اور ایک حرف کے درمیان کوئی علامت نہونے سے بھی یہہ سمجھو کہ انکا
حاصلضرب نکالنا ہے اور مقدار کے پڑھنے میں لفظ مضروب نہیں بولتے
مثلاً ح س اور ۳ د کو ح س اور تین د پڑھتے ہیں اسلئے ۳ د اور
۳ + د یعنی تگنا د اور تین مثبت د ان متفرق مقادیر کو یکساں نہ سمجھو
لیکن دو اعداد کے درمیان علامت جمع نہیں لکھی جاتی مثلاً ۲½ سے
۲ + ½ جانو اور ۲۳ سے ۲۰ + ۳ سمجھو اور ضرب کرنے میں دو حرف
یا ایک عدد اور ایک حرف کے بیچ علامت ضرب نہیں لکھتے ہیں اور جب
دو اعداد کو ضرب دینا منظور ہوتا ہے تو انکے درمیان . یہہ علامت اسلئے
نہیں لکھتے کہ اس سے صفر سمجھا جاویگا ۔

دفعہ ۵ ۳ × ۴ برابر ہے ۴ × ۳ کے
۵ × ۷ برابر ہے ۷ × ۵ کے
۶ × ۱۰ برابر ہے ۱۰ × ۶ ایضاً
ح × س برابر ہے س × ح ایضاً
ح س برابر ہے س ح ایضاً

دفعہ ٦ ح س یا س ح مقدار میں س کا مضروب فیہ ح سر یا اشال
کہلاتا ہے یا ح کا مضروب فیہ س سر کہلاتا ہے جسطرح شرکت میں ایک
شخص کو دوسرے شخص کا شریک بولتے ہیں اسیطرح دوسرے شخص کو بھی پہلے
شخص کا شریک کہتے ہیں ٣ د کا ٣ سر ہے کیونکہ د کو ٣ گنا کرنے سے
حاصلضرب ٣ د کے برابر ہوتا ہے اور ٣ د ر میں د ر کا ٣ سر ہے ر کا ٣ د
سر ہے اور ٣ ر کا د سر ہے اور ٢ ح س ط میں ط کا ٢ ح س سر ہے
س کا ٢ ح ط سر ہے ح کا ٢ س ط سر ہے اور ح س ط کا ٢ سر ہے
مقدار ح کا ایک سر ہے کیونکہ ١ × ح = ح اور ح سے ایک ح
جانا جاتا ہے مقدار کو سر میں ضرب دینے سے یہہ سمجھو کہ عدد سر میں جتنی اکائیاں
ہیں اوتنی دفعہ مقدار مذکور کو جمع کرنا ہی مثلاً ٣ د ر کے معنی ہیں ٣ دفعہ د ر
یا ٣ د دفعہ ر اسمیں ر کا سر ٣ د ہے یا ٣ ر دفعہ د اسمیں د کا سر
٣ ر ہے اور ح سے مقدار ح فقط ایک گنی جاتی ہی اس باعث
اوسکا سر ایک ہی +

ضرب دینے میں ٣ د دفعہ یا ٢ ح س دفعہ کہنا صحیح ہی کیونکہ ہر ایک سر
بجائے ایک مقدار یا عدد کے لکھا جاتا ہی مثلاً ٣ د ر میں اگر بجائے د کے
١٠ رکھو تو ٣ د برابر ہوگا ٣٠ کے اور ٣ د دفعہ ر برابر ہوگی ٣٠ ر کے +

دفعہ ٧ ÷ یہہ تقسیم کرنے کی علامت ہی اور اسی علامت تقسیم کہتے ہیں
اسلئے جن دو مقادیر کے درمیان ÷ یہہ علامت آوے تو اوس سے یہہ سمجھو
کہ داہنی طرف کی مقدار بائیں طرف کی مقدار پر تقسیم کی جائیگی مثلاً ح ÷ س

اسی طرح مقسوم س پر یا مقدار ح مقدار س پر تقسیم کی گئی ۱۲÷۴ یعنی ۱۲ اور ۴÷۱۲
برابر ہے ۳ کے مگر اکثر بجائے ح ÷ س کے ح/س لکھتے ہیں کیونکہ اسکے بھی یہی
معنی ہیں جو ح ÷ س کے ہیں اسیطرح ۱۲/۴ برابر ہے ۱۲ ÷ ۴ کے کیونکہ دونوں
مقادیر ۳ کے برابر ہیں حدود مرقومہ بالا کے ذہن نشین ہونے کی لئے امثال
ذیل لکھی جاتی ہیں اگر ح برابر ہے ۱ کے س برابر ہے ۳ کے اور د برابر ہے ۲ کے
تو بتلاؤ کہ مقادیر مندرجہ ذیل کونسی اعداد کے برابر ہونگی ✣

(۱) سوالات

(۱) ح + س + د

(۲) ح + س − د

(۳) ح − س + د

(۴) ح − س − د

(۵) ۲ح − د

(۶) ۳ ح + ۳ س − ۲ د

(۷) ۲ ح + ۲ س − ۲ د

(۸) ۵ ح − ۴ س + ۳ د

(۹) ۲ ح س + ۳ د

(۱۰) ۲ ح + ۵ − ۳ س د + ۱۰۰

(۱۱) ۲ ح س − ح س د

(۱۲) ۳ ح + س د − دوسری

(۱۳) ۳ ح د میں ۲ کا سر کیا ہے

(۱۴) ۶ ح س د میں د کا سر کیا ہے

(۱۵) ۶ ح س د میں س د کا سر کیا ہے

(۱۶) ۱۲ ح د ۲ ح س د ح س د ۳ ح س د ۲ ح ۶ ح د د ۵ ح د ۱۱ ح س د ان مقادیر میں ح کا سر کیا ہے

(۱۷) ۲۵ کا ایسا کونسا سر ہے کہ اگر اوسمیں ۲۵ کو ضرب دیں تو حاصل ضرب ۱۲۵ ہو

(۱۸) ۳ + د اور ۳ د میں کیا فرق ہے اگر د برابر ہو ۲ کے

(۱۹) ۳ح + د اور ۳ح — د میں کیا فرق ہے جبکہ ح برابر ہے ۱۰ کی اور د برابر ہے ۶ کے

(۲۰) ۳ح + د اور ۳ح د میں کیا تفاوت ہے جبکہ ح برابر ہے ۳ کی اور د برابر ۲ کے

جبکہ ح برابر ہے ۱۰ کے اور س برابر ۳ کے اور د برابر ۲ کی تو بتلاؤ کہ

(۲۱) ۳ح د ÷ ۲س کے برابر ہوگا

(۲۲) ۴ح د ÷ ۲س ایضاً

(۲۳) (۲ح + د) / س ایضاً

(۲۴) (۳س + ۳د) / ح ایضاً

(۲۵) (ح — د) / س ایضاً

(۲۶) ۳ح / س + ۲د — ح س / ۱۴ ح ایضاً

(۲۷) (۵ح + د) / س — (۵س + ح) / (۴د — ۳س) ایضاً

(۲۸) ۳د / (۴ح + ۲) + ۳س / (ح س — ۱۴) ایضاً

(۲۹) (۱ح + ۳س) / (۲د — ح — س) . (ح — ۲س) / (د — س) ایضاً

(۳۰) ۲ح / (س + د) + س / (ح — د) . ح د / (ح — س) ایضاً

دفعہ ۸ اگر ایک عدد کو اوسی عدد میں کئی بار ضرب دیں تو اسطرح کی ضرب کرنیکو عمل صعود کہتے ہیں — اسکی امثال ذیل میں مندرج ہوتی ہیں +

س × س کو س۲ لکھتے ہیں اور اوسی س۲ مجذور یا مال یا س کی دوسری قوت کہتے ہیں +

س × س × س کو س۳ لکھتے ہیں اوسی س۳ کا کعب یا س کی تیسری قوت بولتے ہیں +

س × س × س × س کو س۴ لکھتے ہیں اور اوسی س۴ کا مجذور مجذور یا مال مال یا س کی چوتھی قوت بولتے ہیں مگر یہہ بات یاد رکھو کہ س اور س۱ کے ایک ہی معنی ہیں اور س اور س۰ میں فرق آگے پڑھنے سے معلوم ہو جائیگا کہ س۰ برابر ہے ایک کے یعنی کسی مقدار کی قوت صفر برابر ہوتی ہے اکائی کے مقادیر کے اوپر جو آ، ۲، ۳، ۴، ۰۰۰

وغیرہ اعداد لکھی جاتے ہیں اونکو قوت نما بولتے ہیں کیونکہ اونسے مقادیر کی قوتونکی

عدد دریافت ہوجاتی ہیں +

ح + ح کو ۲ ح اسطرح لکھتے ہیں اور ح × ح کو $ح^۲$ لکھتے ہیں

اگر ح برابر ہے ۳ کے تو ۲ ح برابر ہوگا ۶ کے اور $ح^۲$ برابر ہوگا

۹ کے اور یاد رکھو کہ ۲ $ح^۲$ کے معنی ہیں ح کا مجذور دوچند اور نہ کہ ۲ ح کا

مجذور +

دفعہ ۹ عمل صعود کے برعکس عمل نزول ہوتا ہی اور نزول یا جزر کسی

مقدار کا وہ عدد ہے کہ اگر اوسکو اوسی ہی مین ایکبار

یا کئی بار مطابق احاد قوت نما کے ضرب دیں تو حاصلضرب مقدار اول کے برابر ہووے

چنانچہ ۹ کا ۳ جزر المال ہے کیونکہ ۳ کا مجذور یا ۳ × ۳ برابر ہے

۹ کے اور ۲۷ کا ۳ جزر الکعب ہی کیونکہ ۳ کا کعب یا ۳ × ۳ × ۳

برابر ہے ۲۷ کے اسیطرح $ح^۲$ کا جزر المال یعنی جذر ح ہی کیونکہ ح × ح

برابر ہے $ح^۲$ کے اور $ح^۳$ کا جزر الکعب ح ہی کسواسطی کہ ح × ح × ح

برابر ہے $ح^۳$ کے $\sqrt[۲]{}$ یا $\sqrt{}$ یہہ علامت جزر المال

یعنی علامت جذر ہے $\sqrt[۳]{}$ یہہ علامت جزر الکعب ہی اکثر

علامت جذر یا جزر المال کی $\sqrt[۲]{}$ یہہ لکھی نہی گئی مگر یہہ

علامت جزر المال صحیح ہے مثلاً $\sqrt{ح}$ اس سے ح کا جزر المال سمجھو

جسطرح ح $\sqrt[۳]{}$ سے ح کی ... $\sqrt[۳]{ح}$ لکھتے ہیں اور $\sqrt{ح}$ + $\sqrt{ح}$

یا ح کا جزر المال دوچند اسطرح ۲ $\sqrt{ح}$ لکھتے ہیں اور ح کا جزر ...

جزرالمال پڑہتی ہیں $\sqrt{ح س}$ اسکو جزرالمال حاصلضرب ح اور س کا سمجہو
$\sqrt{ح + س}$ یعنی ح مثبت س یا ح اور س کے مجموعہ کا جذر المال
جانو اور جس مقدار کا جذر نکالنا ہو اوسکی اوپر علامت جذر $\sqrt{}$ کو
لکہو جس مقدار پر کہ علامت جذر کا حصہ یا خط وحدانی آجاویگا وہ جذر
کے اندر داخل ہوگا اگر بجائے ح کے ۱۶ فرض کرو اور
بجای س کے ۹ تو $\sqrt{ح + س}$ برابر ہوگا $\sqrt{۲۵}$ یا ۵ کے اور
$\sqrt{ح س}$ برابر ہوگا $\sqrt{۱۴۴}$ یا ۱۲ کے $\sqrt{\frac{ح}{س}}$
$\frac{ح}{س}$ کسر کا جزرالمال جانو مگر $\sqrt{\frac{ح}{س}}$ اسکی یہہ سمجہو کہ $\sqrt{ح}$ کے جزرالمال
کو $\sqrt{س}$ پر تقسیم کرتا ہے +

(۴) سوالات

اگر ح برابر ہی ایک کے س برابر ۹ کے اور ط برابر ۸ کے تو بتلاؤ کہ
ہر ایک مقدار مندرجہ ذیل کس عدد کے برابر ہوگی ؟

(۱) $ح^۲ + س^۲ - ط^۲$ (۶) $\frac{س^۲}{ح} + \frac{ح^۲}{س} - \frac{ط^۲}{۲ح}$

(۲) $۳ح^۲ + ۲س^۲ - ۳ط^۲$ (۷) $\frac{۳ح س^۲}{ط^۲} - \frac{۹ح^۲}{۲س ط^۲}$

(۳) $۵ ح س ط - ۲۲س^۲ + ۳ط^۲$ (۸) $م ح^۲ + ل س^۲ - ع ط^۲$

(۴) $ح^۲ س + س^۲ ط$ (۹) $\sqrt{۲س} - \sqrt{۲ط}$

(۵) $۱۲ح س^۲ + ۲۰ح^۲ س - ۲س ط^۲$ (۱۰) $\sqrt{ح ط} + \sqrt{ح س}$

(۱۱) $\sqrt{ح + س} - \sqrt{ح س} - \sqrt{۲ح س}$

(۱۲) $\sqrt{ح + ۲ط} - \sqrt{س - ۲ح}$

∴ اس علامت کو - اسلیے - پڑھتے ہیں +

∵ اس علامت کو - کیونکہ - یا جوکہ - پڑھتے ہیں +

دفعہ ۱۱ جبکہ ایک مقدار کے کئی اجزا ہوں اور ہر ایک مقدار جز کے داہنی طرف علامت اثبات یا علامت نفی لگی ہو تو مقدار کل کو مقدار مرکب کہتے ہیں اور ہر ایک جز کو مقدار مفرد مثلاً ح - س ح س - ح ط ح + س + ط مقادیر مرکب ہیں اور ح اور - س مقادیر مفرد ہیں ح س اور - ح ط مقادیر مفرد ہیں اور علی ہذا القیاس +

ح + س اور + ط مقادیر مفرد ہیں +

دفعہ ۱۲ مقدار مثبتہ اوسے کہتے ہیں جسکے داہنی طرف + علامت جمع ہوتی ہے مقدار منفیہ اوسی کہتے ہیں جسکے داہنی طرف - علامت نفی ہوتی ہے + ح یا ح انکی ایک ہی معنی ہیں اسلیے جو مقدار مفرد کے داہنی طرف + یا - ایسی علامت نہو تو وہی مقدار مثبت کہینگے اگر جس مقدار مرکب میں مقادیر مفردہ مثبتہ کا مجموعہ مقادیر مفردہ منفیہ کے مجموعہ سے زیادہ یا کم ہو تو اوس مقدار مرکب کو مثبت یا منفی کہینگے مثلاً کوئی سوداگر یہہ دریافت کیا چاہتا ہے کہ میرے پاس کتنا زر ہے تو اول وہ اپنے پاس کے روپیونکا شمار کریگا اور فرض کرو کہ اوسکے پاس کا زر ح ہے بعد ازاں بطور قرض کے جو روپئے اوسنے دئے ہونگے وہ انہیں شمار کریگا اور فرض کرو کہ اوس س روپئے قرض کے لینے ہوں تو اوسکے پاس کل زر ح + س ہوگا مگر اوس سوداگر کو کچھہ قرض کے روپئے بھی دینے ہوں اور وہ قرض

جمع ہو گیا اور اوسکی تعداد — ط خیال کرو تو اوس سوداگر کے پاس
ثابت دینے کے روپئے ح + س — ط باقی بچینگے اگر اوسی کل زر سے زیادہ
روپئے قرض دینے ہونگے تو ظاہر ہے کہ اوسکے پاس کچھ روپئے باقی نہ رہینگے
مگر جسقدر زر قرضہ کل زر سے زیادہ ہوگا اوسیقدر باقی قرض اوسے ادا کرنا ہوگا
اور یاد رکھو کہ جب مقدار کی فقط علامت کا ذکر ہو تو + یا — علامت جانو
اور سمجھو کہ مقدار مثبت ہے یا منفی +

سوالات

(۱) جبر مقابلہ سے کیا مطلب نکلتا ہے +

(۲) مقدار کے کیا معنی ہیں +

(۳) جبر مقابلے میں مقادیر کے بجای حروف کیوں لکھتے ہیں +

(۴) ح + س ، ح مثبت س کے کیا معنی ہیں اور کیا
۲ + ۵ کے یہ معنی ہیں کہ ۵ میں ۲ جوڑی جائینگی

(۵) علم حساب میں ۰ کے کیا معنی ہیں اور جبر مقابلے میں ح س سے
کیا مراد ہے +

(۶) کسی مقدار کی بجای ۳ ح لکھا ہے تو ۳ ح اور ۳ ح — س میں سے
کونسی مقدار بڑی ہے +

(۷) اگر ح کو ایک کے برابر فرض کرو اور س کو ۲ کے برابر اور ط کو ۳ کے
برابر تو بتلاؤ کہ مقدار ح س ط برابر ہوگی ۳ ۲ ۱ کے یا نہیں اگر اوسکے برابر
نہ ہوگی تو کس عدد کے برابر ہوگی +

(۸) علم حساب میں ۲/۳ ہ سے کیا مراد ہے اور جبر مقابلے میں ۲/۳ ن اسکے کیا معنی ہیں +

(۹) مقدار مثبت کی حد کے بموجب + د سے کیا مراد ہے +

(۱۰) اگر ایک مقدار کے ہ اور ج مضروب اور مضروب فیہ ہوں اور دوسری مقدار کے ج اور ہ تو وی دونوں مقدار ایک ہی ہونگی یا نہیں اگر ایک ہی ہوں تو بتلاؤ کہ وہ کونسی مقدار ہے ح س ط اسکا کیا ح س مضروب فیہ اور ح س ط مقدار میں جو حروف لکھے ہیں اونمیں دو حروف کی بیچ کونسی علامت محذوف ہے اور دو حرفوں کے درمیان کوئی علامت نہونے سے کیا معنی ہوتے ہیں +

(۱۱) یہہ بتاؤ کہ ح س — ط یعنی ح س منفی ط سے کیا مراد ہے +

(۱۲) یہہ بیان کرو کہ ۲ ح س + ۳ یعنی دو ح س مثبت ۳ سے کیا مراد ہے +

جمع

دفعہ ۱۳ جن مقداروں کے حروف یکساں ہوں اور اعداد سر مختلف اونکو مقادیر متماثلہ کہتے ہیں مثلاً ۳ ح، ۷ ح، ۱۰ ح مقادیر متماثلہ ہیں اسیطرح ۲ ح س، ۶ ح س، ح س مقادیر متماثلہ ہیں اور خ، ۳ خ، ۵ خ ایسے بھی مقادیر متماثلہ ہیں +

جن مقداروں کی حروف مختلف ہوتے ہیں وی مقادیر غیر متماثلہ کہلاتے ہیں مثلاً ح، س، د، مقادیر غیر متماثلہ ہیں اور ۲ ح، ۳ س، ۴ د ایسے بھی مقادیر غیر متماثلہ ہیں اسیطرح ح س، خ س، خ س د مقادیر غیر متماثلہ ہیں +

مثالیں

(۱) ۵ ح — ۳ س و ۴ ح + ۷ س اور — ۸ ح — ۵ س ایمیں سے متماثلہ کو ایک جگہ میں لکھو اور اونکی علامات بدستور رکھو ؛

جواب

+ ۵ ح — ۳ س	اس درمیانی خط کے ایک ایک طرف مقادیر متماثلہ
+ ۴ ح + ۷ س	
— ۸ ح — ۵ س	ہیں اور دونوں طرف کے مقادیر ملکر غیر متماثلہ ہیں ؛

(۲) ح^{۳} + ۳ ح^{۲} س + ۳ ح س^{۲} + ۲ ح^{۳} + ۲ س^{۳} + ۵ ح س^{۲} — ۸ ح ط^{۲} — ح^{۲} س — س^{۳} ان مقداروں میں سے مقادیر متماثلہ کو مع علامات کے علیحدہ علیحدہ ایک جگہ میں لکھو ؛

جواب

+ ح^{۳}	+ ۳ ح^{۲} س	+ ۳ ح س^{۲}	— ۸ ح ط^{۲}	+ ۲ س^{۳}
+ ۲ ح^{۳}	— ح^{۲} س	+ ۵ ح س^{۲}		— س^{۳}

(۳) ۲ ح — ۳ س + ۷ س ط + س^{۲} ط — ۵ ح س ط^{۲} + ۲ د ر — ۳ د^{۲} + ۵ س^{۲} + ۷ س^{۲} ط — ۹ ح — ۲ س^{۲} + ۶ س + ۱۰ ح — ۵ د^{۲} — د ر + د^{۲} + ح س ط — ۲ س ط + ط^{۲} — س — ۳ ط^{۲} ان مقداروں میں سے مقادیر متماثلہ کو مع علامات کے علیحدہ علیحدہ ایک جگہ میں لکھو ؛

جواب

+ ۲ ح	— ۳ س	+ ۷ س ط	+ س^{۲} ط	— ۵ ح س ط^{۲}	+ ۲ د ر	— ۳ د^{۲}	+ ۵ س^{۲}	[illegible]
— ۹ ح	+ ۶ س	— ۲ س ط	+ ۷ س^{۲} ط	+ ح س ط	— د ر	— ۵ د^{۲}	— ۲ س^{۲}	[illegible]
+ ۱۰ ح	— س					+ د^{۲}		

قاعدہ جمع کرنے مقادیر متماثل کا

دفعہ ۱۴ اول جن مقدارونکو جمع کرنا ہو اگر اونکی تمام مقدروں کی علامات + یا − ہوں تو اونکے جمع کرنیکا یہہ قاعدہ ہے کہ اعداد سر کو جمع کر کے حاصل جمع کو نیا سر فرض کرتے ہیں اور اوسکے داہنی طرف علامت مقدار متماثل لکھکر اوس سر کے بائیں طرف مقدار کے حروف لکھتے ہیں مثلاً ۵ح میں ۴ح جمع کرنے سے ۹ح حاصل جمع ہوتا ہے کیونکہ ۵ح سے مراد ہے پچگنا ح یا ح + ح + ح + ح + ح اور اسیطرح ۴ح کے معنی ہیں چوگنا ح یا ح + ح + ح + ح اسلئے ۵ح میں ۴ح جمع کرنے سے ۹ گنا ح یا ۹ح حاصل جمع ہوا − ۲س سے مراد ہے کہ مقدار ۲س کو گہٹانا ہے − ۳س کے معنی ہیں مقدار ۳س کو گہٹانا ہے اسلئے − ۲س میں − ۳س جوڑنے سے − ۵س حاصل جمع ہوا اور اسکے یہہ معنی ہیں کہ مقدار ۵س کو گہٹانا ہے +

دوم جن متماثل مقدارونکو جمع کرنا ہو اور اونمیں علامات مختلف ہوں یعنی کسی مقدار کی علامت اثبات اور کسی کی علامت نفی کی ہو تو اعداد سر مثبت کو اور اعداد سر منفی کو علیحدہ علیحدہ جمع کرو اور بڑی حاصل جمع میں سے چہوٹی حاصل جمع کو گہٹا دو اور حاصل تفریق کے بائیں طرف مقدار متماثل کے حروف لکہدو اور اس کل مقدار کے داہنی طرف بڑی حاصل جمع کی علامت لکہدو مثلاً ۵ح یا + ۵ح میں − ۲ح جمع کرتے ہیں تو + ۳ح حاصل جمع ہوگا کیونکہ + ۵ح سے یہہ مراد ہے کہ ۵ح کو جمع کرنا

اور –۲ ح سے یہہ مراد ہے کہ ۲ ح کو گہٹا ماھی اسلئی دونونکو جمع کرنے سے ۲ ح حاصل جمع ہوا +

۳ ح و –۲ ح و –۵ ح اور ۱۰ ح کو جمع کرنا ہو تو اُن مقداروںمیں ۱۳ ح مثبت ہیں اور ۷ ح منفی اسلئی اونکا ۶ حاصل جمع ہوا +

–۳ ح و ۲ ح و ۵ ح اور –۱۰ ح کو جمع کرو تو اون مقداروںمیں ۷ ح مثبت ہیں اور ۱۳ ح منفی اسلئی –۶ ح حاصل جمع ہوا +

جمع کی مثالین

۲ د	۳ ح س	–۵ ح	–ح س
۳ د	۵ ح س	–۶ ح	–۵ ح س
۷ د	۲ ح س	۵ –۲ ح	–۳ ح س
د	ح س	–ح	–۴ ح س
حاصل جمع = ۱۲ د	حاصل جمع = ۱۱ ح س	حاصل جمع = –۱۴ ح	حاصل جمع = –۱۱ ح س

۳ ح	۲ در	۳ ح٘	۱۵ ح س٘
–۲ ح	۷ در	۲ ح٘	–۷ ح س٘
۵ ح	–۲ در	–۶ ح٘	–۵ ح س٘
–ح	–در	۷ ح٘	۹ ح س٘
ح	۵ + در	–۴ ح٘	–۳ ح س٘
۱۰ ح	در	–۵ ح٘	–ح س٘
–۶ ح	–۸ در	۱۰ ح٘	–۱۰ ح س٘
حاصل جمع = ۹ ح		۷ ح٘	–ح س٘

سیلوم جبکہ مقادیر مرکب کو جمع کرنا ہو تو مقادیر متماثلہ کا حاصل جمع علیحدہ علیحدہ نکالو اور ان حاصل جمع کو معہ اونکی علامات کے ایک سیدہ میں لکہو وہی کل حاصل جمع مطلوب ہوگا مثلاً ۲ ح + ۳ س کو ۳ ح + ۴ س میں جمع کرنا ہے تو ۲ ح کو ۳ ح میں جمع کرنے سے ۵ ح حاصل جمع ہوا اور + ۳ س کو + ۴ س میں جمع کرنے سے + ۷ س حاصل جمع ہوا اسلئے ۵ ح + ۷ س کل حاصل جمع ہوا +

اگر ۳ ح – ۴ س کو ۲ ح + ۳ س میں جمع کرنا ہے تو ۲ ح اور ۳ ح کا ۵ ح حاصل جمع ہوا اور – ۴ س اور + ۳ س کا – س حاصل جمع ہوا اسلئے ۵ ح – س کل حاصل جمع ہوا +

۲ ح + ۳ س سے یہہ مراد ہے کہ ۲ ح میں ۳ س کو جمع کرنا ہے اور اسیطرح ۳ ح + ۴ س سے بہی یہہ مراد ہے کہ ۳ ح میں ۴ س کو جمع کرنا ہے اسلئے اگر کوئی کہے کہ ۲ ح + ۳ س اور ۳ ح + ۴ س ان دو مقادیر کو جمع کرلو تو اسکے یہہ معنی سمجھو کہ ۲ ح، ۳ س، ۳ ح اور ۴ س کو جمع کرنا ہے +

علم حساب میں جب چہوٹے اور بڑے درجے کے اعداد کو جمع کرنا ہوتا ہے تو بڑے درجے کے اعداد کو علیحدہ جمع کرتے ہیں اور چہوٹے درجے کے اعداد کو علیحدہ مثلاً پائیوں میں پائیاں اور آنوں میں آنے اور روپئوں میں روپئے جمع کرتے ہیں +

مثالیں

(۱) ۵ ح — ۳ س اور ۴ ح — ۷ س انکا حاصل جمع بتلاؤ +

۵ ح — ۳ س
۴ ح — ۷ س
حاصل جمع = ۹ ح — ۱۰ س

۵ ح میں ۴ ح جمع کرنے سے ۹ ح حاصل جمع ہوا اور ۳ س کو گھٹانا ہے اور ۷ س کو بھی گھٹانا ہے اسلئے ملکر ۱۰ س کو گھٹانا ہوا اسکو — ۱۰ س لکھتے ہیں +

(۲) ۵ ح — ۳ س اور ۴ ح + ۷ س انکا حاصل جمع بتلاؤ +

۵ ح — ۳ س
۴ ح + ۷ س
حاصل جمع = ۹ ح + ۴ س

۵ ح میں ۴ ح جمع کرنے سے ۹ ح حاصل جمع ہوا اور ۷ س مثبت میں سے ۳ س منفی کم کرنے سے + ۴ س باقی رہا +

(۳) ۵ ح — ۳ س، ۴ ح + ۷ س اور — ۸ ح — ۵ س انکو جمع کرو +

۵ ح — ۳ س
۴ ح + ۷ س
— ۸ ح — ۵ س
حاصل جمع = ح — س

اس مثال میں ۹ ح مثبت ہیں اور ۸ منفی اسلئے ایک ح یا ح مثبت باقی رہا
اور ۷ س مثبت اور ۸ س منفی ہیں اسواسطے ایک — س یا س منفی باقی رہا +

(۴) ۳ ع + ۴ س ط — ق + ۱۰ — ۵ ح + ۶ س ط + ۲ ف
— ۱۵ اور — ۴ ع — ۹ س ط — ۱۰ ف + ۲۱ انکا حاصل جمع بتلاؤ +

مقادیر متماثلہ کو سعہ اونکی علامات کے ایکدوسری کے تلے لکھو

۳ ع + ۴ س ط — ق + ۱۰
— ۵ ح + ۶ س ط + ۲ ف — ۱۵
— ۴ ع — ۹ س ط — ۱۰ ف + ۲۱

حاصل جمع — ۶ ح + س ط — ۹ ف + ۱۶

مقادیر متماثلہ کی پہلی صف میں ۳ ع مثبت ہیں اور ۹ ع منفی اسلئے ۶ ح منفی یا — ۶ ح باقی رہا اور دوسری صف میں ۱۰ س ط مثبت ہیں اور ۹ س ط منفی اسواسطے ایک س ط یا مثبت س ط یا + س ط باقی رہا اور تیسری صف میں ۲ ف مثبت ہیں اور ۱۱ ف منفی تو ۹ ف منفی یا — ۹ ف باقی رہا اور چوتھی صف میں ۳۱ مثبت ہیں اور ۱۵ منفی تو ۱۶ مثبت یا + ۱۶ باقی رہا +

قاعدہ جمع کرنی مقادیر غیر متماثلہ کا

دفعہ ۱۵ مقادیر غیر متماثلہ کے جمع کرنے سے یہہ مراد ہی کہ اونکو سعہ اپنی اپنی علامت کے ایک مسیدہ میں لکھو مثلاً ح — س ط — ف اور ق انکا ح — س + ط — ف + ق حاصل جمع ہوا اس سی یہہ مراد ہے

کہ تمام مقادیر مذکورہ جمع کی جاوینگی اور یہہ یاد رکھو کہ ح + س کے یہہ معنی ہیں
کہ ح میں س کو جمع کرنا ہی اور یہہ خیال کرو کہ مقدار ح میں مقدار س
جوڑی ہوئی ہے کیونکہ جب تک مقدار ح اور س کی قیمت یا تعداد معلوم
نہ ہو تب تک ح اور س جمع نہیں ہو سکتی مثلاً کوئی پوچھے کہ ۱۰ من ۳ سیر اور
۵ چھٹانک کا حاصل جمع کیا ہے تو اونکو ایک سطر میں اِسطرح پر لکھا ۱۰ من ۳ سیر
۵ چھٹانک یہی حاصل جمع ہوا - اگر کوئی پوچھے کہ ایک کمرے میں ۱۰ لڑکے ہیں
اور دوسرے میں ۵ لڑکے تو دونوں کمرونمیں سب کتنے لڑکے ہونگے ۱۵ لڑکے
جواب ہوگا کیونکہ دونوں کمرونمیں لڑکے ہی ہیں اور وے ہمجنس ہیں اِسلئے ایک
کمرے کی لڑکونکی تعداد ۵ اور دوسری کمرے کے لڑکونکی تعداد ۱۰ یے
مقادیر متماثلہ ہوئیں اور اونکو جوڑنے سے سب ۱۵ لڑکے ہوئے -
اگر کوئی شخص پوچھے کہ ایک احاطہ میں ۵ گھوڑے ہیں اور دوسرے احاطہ میں
۳ بیل تو اونکا حاصل جمع کیا ہوگا تو اونکو علیحدہ علیحدہ کرکے بتلاوینگے
کہ ۳ بیل اور ۵ گھوڑے یہی اونکا حاصل جمع ہوگا کیونکہ گھوڑا اور بیل غیر جنس ہیں
اِسلئے گھوڑونکی تعداد ۵ اور بیلونکی تعداد ۳ ہوئیں یہہ مقادیر غیر متماثلہ
ہوئیں اِسلئے اونکو ملاکر ۸ گھوڑے نہ کہینگے ۸ گھوڑے تو جب کہتے جو
۳ بیلونکی عوض ۳ گھوڑے ہوتے اور اِسیطرح ۸ بیل بھی نہیں کہہ سکتے
البتہ ۸ بیل جب کہہ سکتے جو ۵ گھوڑونکی عوض ۵ بیل ہوتے +

دفعہ ۱۶ جن مقدارونکو جمع کرنا ہے اونمیں اگر مقادیر متماثلہ اور
غیر متماثلہ شامل ہوں تو دفعہ ۱۴ کے بموجب مقادیر متماثلہ کا حاصل جمع دریافت کرو

اور اونکی بائیں طرف مقادیر غیر متماثلہ کو سعہ اپنی اپنی علامت کے ایک سیدہ میں لکھدو یہی کل مقدار مرکب حاصل جمع مطلوب ہوگا +

دفعہ ۱۷ اسکا مضایقہ نہیں کہ حاصل جمع مطلوب میں جو حروف تہجی کی ترتیب پر لکھی جاویں مگر اس بات پر لحاظ رہی کہ اونکی علامات میں کچھ فرق نہ پڑے اور اکثر حاصل جمع مذکور میں حروف تہجی کی ترتیب سے لکھے جاتے ہیں

مثالیں

(۱) ح + ۲ س — ط، ح — ۵ ف + ۳ ط اور د + ر + ۳ ف

انکا حاصل جمع بتلاؤ +

ح اور ح مقادیر متماثلہ ہیں	ح + ۲ س — ط
— ۵ ف اور + ۳ ف ایضا	ح — ۵ ف + ۳ ط
— ط اور + ۳ ط ایضا	د + ر + ۳ ف

اور باقی مقادیر غیر متماثلہ ہیں ۲ ح + د + ر + ۲ س + ۲ ط — ۲ ف

(۲) ۳ حٓ — س ط، ۲ سٓ — حٓ ط، ۳ طٓ — ح س اور حٓ + سٓ — طٓ

انکا حاصل جمع بتلاؤ +

۳ حٓ اور حٓ مقادیر متماثلہ ہیں	۳ حٓ — س ط
۲ سٓ اور + سٓ ایضا	۲ سٓ — حٓ ط
۳ طٓ اور — طٓ ایضا	۳ طٓ — ح س
	حٓ + سٓ — طٓ

اور باقی مقادیر غیر متماثلہ ہیں ۳ حٓ + ۳ سٓ + ۲ طٓ — ح س — ح ط — س ط

انکا حاصل جمع کیا ہوگا

[illegible] ور ۔۔۔ ۱ ، ژ + ۲ ، اور بر + ۳

[illegible] مقادیر متماثلہ ہیں

[illegible] باقی انکا بیجز متماثلہ ہیں

۱ ۔۔۔ ور
۲ + ژ
۳ + بر

حاصل جمع = ژ + ور + بر + ۳

دفعہ ۱ قاعدہ جمع کرنے مقادیر متماثلہ اور غیر متماثلہ کا دفعہ ۱۵ [illegible]

[illegible] وہ قاعدہ جمع کرنے اعداد ۱ ، ۲ ، ۳ ، ۴ ، وغیرہ سے ملتا ہے +

مثلاً جب ہمکو ۲ سو اور ۵ سو جمع کرنے ہوں تو ۲ سو اور ۵ سو مقادیر متماثلہ کے سر ۲ اور ۵ کا حاصل جمع ۷ ہوا یہی حاصل جمع مطلوب کا [illegible] اور [illegible] سو حاصل جمع ہوا ۔۔۔ اگر ہمکو ۳ سیکڑے اور ۵ دہائیاں اور ۶ اکائیاں مقادیر غیر متماثلہ کو جمع کرنا ہو تو اونکو صرف ایک سیدھا [illegible] لکھدیتے ہیں مثلاً ۳ سو + ۵ دہائی + ۶ اکائی یا باختصار ۳۵۶ [illegible] +

(۳) سوالات

(۱) ح + س اور ح + س ۔۔۔ انکا حاصل جمع کیا ہوگا +

(۲) ح + س اور ح ۔۔ س ۔۔۔ ایضاً

(۳) ح ۔۔ س اور ح ۔۔ س ۔۔۔ ایضاً

(۴) ح ۔۔ س + ط اور ح + س ۔۔ ط ۔۔۔ ایضاً

(۵) ح ۔۔ س + ط اور ح + س + ط ۔۔۔ ایضاً

(۶) ۱ ۔۔ ۲ م + ۳ ن اور ۳ م ۔۔ ۲ ن ۔۔۔ ایضاً

(۲۶) د³ − ۲ ح د² + ح² د، د³ + ۳ ح د اور ۲ ح³ − ح د² − ح² د انکا حاصل جمع بتلاؤ

(۲۷) ح² − ۳ ح س − ⅓ س²، ۲ س² − ½ س³ + ط²، ح س − ½ س
+ س³ اور ۲ ح² س − ½ س³ انکا حاصل جمع بتلاؤ +

(۲۸) ½ د + ۲ در، ⅔ د − در + ر² اور م د + ن ر ایضاً

(۲۹) ½ د ر − ½ ح در − ۲ ح² د + ۲ د³ اور ۳ د ر + ح در + ح² د − د³ ایضاً

(۳۰) ح ف + ۲ س ف − ۳ ط ف، ½ ح ف + ½ س ف، اور ½ ح س
+ ۲ ط ف − ح ط انکا حاصل جمع بتلاؤ +

تفریق

دفعہ ۱۸ ایک مقدار میں سے دوسری مقدار کے تفریق کرنے کا قاعدہ

اول اگر دونوں مقادیر متماثلہ ہوں اور اونکی علامات یکساں ہوں یعنی دونوں مقادیر مثبتہ ہوں یا منفیہ تو جس مقدار میں سے دوسری مقدار کو گھٹاؤ اوسکے سر میں سے دوسری مقدار کے سر کو گھٹاؤ اور حاصل تفریق کو نیا سر مانو اور اوسکے بائیں طرف مقدار متماثلہ کے حرف لکھدو اور سر کے داہنی طرف علامات مقادیر متماثلہ رکھدو یہی مقدار حاصل تفریق مطلوب ہوگا +

مثلاً ۵ ح میں سے ۲ ح کو تفریق کرو

چونکہ ۵ ح = ۳ ح + ۲ ح اسلئے ۵ ح میں سے ۲ ح یا + ۲ ح نکالنے سے
۳ ح باقی رہے یہی حاصل تفریق ہوا

− ۵ ح میں سے − ۲ ح کو گھٹاؤ

چونکہ − ۵ ح = − ۳ ح − ۲ ح اسلئے − ۵ ح میں سے − ۲ ح نکالنے سے

(۵) ۷ح میں سے
−۶ح کو کم کرو
حاصل تفریق = ۱۳ح

(۶) ۳ح میں سے
−ح کو تفریق کرو
حاصل تفریق = ۴ح

(۷) −۳ح میں سے
ح کو کم کرو
حاصل تفریق = −۴ح

(۸) ۷ح میں سے
−۶ح کو تفریق کرو
حاصل تفریق = ۱۳ح

(۹) −ح میں سے
ح کو کم کرو
حاصل تفریق = −۲ح

(۱۰) −۲ح میں سے
−ح کو گھٹاؤ
حاصل تفریق = −ح

(۱۱) −۷ح میں سے
−۶ح کو گھٹاؤ
حاصل تفریق = −ح

(۱۲) −ح میں سے
−ح کو گھٹاؤ
حاصل تفریق = ۰

(۱۳) ح + س میں سے
ح − س کو کم کرو
حاصل تفریق ۲س

(۱۴) ح − س میں سے
ح + س کو گھٹاؤ
حاصل تفریق = −۲س

(۱۵) ر + ح د میں سے
ر − ح د کو گھٹاؤ
حاصل تفریق ۲ح د

(۱۶) ۳ح − ۴س + ۶ط میں سے
ح − ۲س + ۹ط کو گھٹاؤ
حاصل تفریق = ۲ح − ۲س − ۳ط

دوچند آ ، چونکہ ت + س میں ت − س کو جمع کرنے سے آ ح
حاصل جمع ہوا اور ح + س میں سے ت − س کو تفریق کرنے سے
۲ س حاصل تفریق ہوا اس سے یہ بات ظاہر ہے کہ کسی دو مقادیر
حاصل تفریق میں اونکا حاصل جمع جوڑا جاوے تو حاصل جمع برابر ہوگا دوچند بڑی مقدار
کے اور اگر حاصل تفریق کو حاصل جمع سے کم کریں تو بقایا تفریق برابر ہوگا
دوچند چھوٹی مقدار کے موجب اس قاعدے کے سوالات مندرجہ ذیل کے
جواب نکل سکتے ہیں +

ایلیا ونی کے حساب کی کتاب میں یہ قاعدہ لکھا ہے اور لیلاوتی
پڑھنے والے اس قاعدے کی اصل کو بخوبی نہیں سمجھتے ہیں وجہ مقابلہ کے
پڑھنے والے اوسے بخوبی سمجھ سکتے ہیں قاعدے کی اصل کا بیان اوپر
ہو چکا ہے اور اوسکے سوالات ذیل میں مندرج ہیں +

سوالات

(۱) دو عدد دونکا ۱۰۰ حاصل جمع ہے اور ۵۰ حاصل تفریق بتلاؤ کہ وہ کونسے
دو عدد ہیں +

بڑی مقدار کا دوچند = ۱۰۰ + ۵۰ = ۱۵۰

اصلی مقدار بڑی مقدار = $\frac{۱۵۰}{۲}$ = ۷۵ اور دونوں مقادیر کا بھی
حاصل تفریق سے اصلی بڑی مقدار ۷۵ میں سے دونوں مقادیر
حاصل تفریق کو منہا کیا تو ۷۵ − ۵۰ = ۲۵ یہ چھوٹی مقدار ہوئی پس
۷۵ اور ۲۵ دونوں اعداد مطلوب ہوئے +

(۲) ایک مرد اور عورت دونوں کی عمر ملکر ۷۷ برس کی ہے اور مرد کی عمر عورت کی عمر سے ۷ برس زیادہ ہے تو بتلاؤ کہ ہر ایک کی عمر کتنی ہے؟

مرد کی عمر دوچند = ۷۷ + ۷ = ۸۴

اسلئے مرد کی عمر = $\frac{۸۴}{۲}$ = ۴۲ سال اسلئے مرد کے ۴۲ سال ہیں ۷ سال کم کئے تو ۴۲ − ۷ = ۳۵ سال یہی عورت کی عمر ہوئی ٭

(۳) $\frac{۱}{۲}$ کے ایسے دو حصے کرو کہ پہلا حصہ دوسرے حصہ سے $\frac{۱}{۴}$ بڑا ہو۔

دونوں حصوں کا حاصل جمع = $\frac{۱}{۲}$

دونوں حصوں کا حاصل تفریق = $\frac{۱}{۴}$

بڑا حصہ دوچند = $\frac{۱}{۲}$ + $\frac{۱}{۴}$ = $\frac{۳}{۴}$

اسلئے بڑا حصہ = $\frac{۳}{۴}$ کا $\frac{۱}{۲}$ = $\frac{۳}{۸}$

اسیطرح چھوٹا حصہ دوچند = $\frac{۱}{۲}$ − $\frac{۱}{۴}$ = $\frac{۱}{۴}$

اسلئے چھوٹا حصہ = $\frac{۱}{۴}$ کا $\frac{۱}{۲}$ = $\frac{۱}{۸}$

اسلئے دونوں حصے مطلوبہ $\frac{۳}{۸}$ اور $\frac{۱}{۸}$ ہوئے

(۴) سوالات تفریق

(۱) ح میں سے س − د کو کم کرو۔

(۲) ح + س − ط − ف میں سے ح − س + ط − ف کو گھٹاؤ۔

(۳) ح − س − ط میں سے ح − س + ۲ط کو کم کرو

اور ۲ ح × ۳ س = ۲ × ح × ۳ × س اور ح × ۳ × ۳ =
× ح کی حاصلضرب = ۲ × ۳ × ح × س = ۶ ح س
کیونکہ ۲ × ۳ = ۶ +

دویم اگر ایک مقدار منفیہ ہو مثلاً ۲ ح کو ـ ۳ س میں ضرب دینا ہو
یا ـ ۲ ح کو ۳ س میں ضرب دینا ہو تو ان دونوں سوالوں سے یہی مراد ہے
کہ ۳ س کو ۲ ح دفعہ گھٹانا ہے اسلئے ۳ س کو ۲ ح دفعہ جمع کریں
یعنی ۳ س کو ۲ ح میں ضرب دیں تو اس حاصلضرب ۶ ح س اور حاصلضرب
مطلوب میں صرف علامت کا فرق ہوگا اس سبب سے حاصلضرب
ـ ۶ ح س ہوا +

اگر دونوں مقادیر منفیہ ہوں مثلاً ـ ۲ ح اور ـ ۳ س کو ضرب دینا ہو تو اس سے
یہہ مراد ہے کہ ـ ۳ س کو ۲ ح دفعہ کم کرنا ہے یعنی ـ ۶ ح س گھٹانا ہے
مگر بموجب دفعہ ۱۸ اسکے جو ـ ۶ ح س کو گھٹاوینگے تو اوسکی علامت کو
بدل دیوینگے یعنی ـ ۶ ح س کے بجائے + ۶ ح س لکھینگے اور اسکے
معنی یہہ ہیں کہ ۶ ح س کو جمع کرنا ہے +

امثال کو برائے تصدیق ایک جگہ لکھتے ہیں

+ ۳ س کو + ۲ ح میں ضرب کرنے سے + ۶ ح س حاصلضرب ہوا
ـ ۳ س کو + ۲ ح میں ایضاً ـ ۶ ح س حاصلضرب ہوا
+ ۳ س کو ـ ۲ ح میں ایضاً ـ ۶ ح س حاصلضرب ہوا

س کو -۲ح میں ضرب کرنے سے ۲ح س حاصلضرب ہوا

اس قاعدہ اور مثالوں سے بھی یہی قاعدہ دو مقادیر مفردہ کے ضرب کرنے کا نکلتا ہے

قاعدہ

جب دو مقادیر مفردہ کو ضرب کرنا ہو تو انکے حروف کو پاس پاس لکھو اور انکے ذاتی طرفت اعداد کی ضرب کے حاصلضرب کو لکھو اور وہی حاصلضرب مطلوب ہوگا پھر جانو اگر دونوں مقادیر یعنی مضروب اور مضروب فیہ کی علامات یکساں ہوں تو حاصلضرب مطلوب کی علامت اثبات ہوگی اور اگر مختلف ہوں تو حاصلضرب مطلوب کی علامت نفی ہوگی +

امثال

(۱) ۲ د × ۵ ر = ۱۰ د ر (۲) -۳ × ۵ ح = -۱۵ ح

(۳) ۷ م × -ت = -۷ م ت (۴) ۲ ح س × ۳ ح ط = ۶ ح ح س ط = ۶ ح^۲ س ط

(۵) -۶ ح د ر × ۸ ح س ط = -۴۸ ح^۲ س ط د ر

(۶) ۲ ح × ۳ س × ۴ ط = ۶ ح س × ۴ ط = ۶ × ۴ × ح س ط = ۲۴ ح س ط

دفعہ ۱۴ مقدار مرکب کو مقدار مفرد میں ضرب کرنیکا قاعدہ فرض کرو کہ ح + س + ط + وغیرہ کو م میں ضرب کرنا ہے تو ح کو م سے ضرب کیا تو م ح حاصلضرب ہوا س کو م میں ضرب کرنے سے م س حاصلضرب ہوا ط کو م میں ضرب کرنے سے م ط حاصلضرب ہوا وغیرہ اور ان حاصلضربوں کا حاصل جمع م ح + م س + م ط وغیرہ حاصلضرب مطلوب ہوا کیونکہ یہہ بات ظاہر ہے کہ جن مقادیر مفردہ سے

مقدار مرکب بنی ہے اونکو علیحدہ علیحدہ م میں ضرب دیکر حاصلضربوں کو جوڑ دیا تو جس حاصلجمع کے یہہ معنی ہوئی کہ مقدار مرکب مقدار م میں ضرب دی گئی ہے اور وہی حاصل جمع حاصلضرب مطلوب ہے اِس ہی یہہ قاعدہ نکلتا ہے کہ بموجب پینتویں دفعہ کے مضروب کی ہر ایک مقدار مفردہ کو مضروب فیہ کی مقدار مفردہ میں علیحدہ علیحدہ ضرب. حاصلضربونکو جمع کرو تو یہی حاصلجمع حاصلضرب مطلوب ہوگا +

مثالیں

(۱) ح + س — ط کو ۲ میں ضرب کرنی سی حاصلضرب = ۲ح + ۲س — ۲ ط

(۲) ح — س + ط کو —۲ میں ضرب کرنے سے حاصلضرب = —۲ح + ۲س — ۲ ط

(۳) ح — س + ط کو ف میں ضرب کرنے سے حاصلضرب = ح ف — س ف + ط ف

(۴) ح — س + ط کو —ف میں ضرب کرنے سے حاصلضرب = —ح ف + س ف — ط ف

(۵) ح د + ر س کو ط میں ضرب کرنے سے حاصلضرب = ح د ط + ر س ط

(۶) ح د + ر س — ص ط کو ع میں ضرب کرنے سے حاصلضرب = ح د ع + ر س ع — ص ط ع

(۷) ۲ح + ۳س — ۴ ط کو ۲ د میں ضرب کرنے سے حاصلضرب = ۴ح د + ۶ د س — ۸ د ط

(۸) ح د + ر س کو ح د میں ضرب کرنی سے حاصلضرب = ح² د² + ح د ر س

(۹) ح د + ر س کو — ر س میں ضرب کرنی سے حاصلضرب = — ح د ر س — س² ر²

(۱۰) ۷ د — ۴ ر + ۶ کو ۳ د میں ضرب کرنی سے حاصلضرب = ۲۱ د² — ۱۲ د ر + ۱۸ د

(۱۱) ۶ د² — ۱۳ د + ۱ کو ۵ میں ضرب کرنی سے حاصلضرب = ۳۰ د² — ۶۵ د + ۵

(۱۲) د² — د ع + ع² کو د ع میں ضرب کرنی سے حاصلضرب = د³ع — د²ع² + د ع³

دو مقادیر مرکب کے ضرب دینے کا قاعدہ

دفعہ ۳۳ فرض کرو کہ ح + س کو ط + ف میں ضرب دینا ہے تو اس سے یہہ مراد ہے کہ ح + س کو ط + ف دفعہ جوڑنا ہے یعنی ح + س کو ط دفعہ جوڑنا ہے اور پھر ح + س کو ف دفعہ جوڑنا ہے +

۱۳ دفعہ میں قاعدہ لکہا ہے اوسکے بموجب ح + س کو ط میں ضرب دینے سے ح ط + س ط حاصلضرب ہوا اور اسیطرح ح + س کو ف میں ضرب کرنے سے ح ف + س ف حاصلضرب ہوا اسلئے ح + س کو ط اور ف یا ط + ف میں ضرب کرنے سے ح ط + س ط + ح ف + س ف حاصلضرب مطلوب ہوا +

اگر ح + س کو ط — ف میں ضرب دینا ہو تو اس سے یہہ مراد سمجہو کہ ح + س کو ط دفعہ جوڑنا ہے اور ح + س کو ف دفعہ اوسمیں سے گہٹانا ہے ح + س کو ط میں ضرب کرنے سے ح ط + س ط حاصلضرب ہوا اور ح + س کو ف میں ضرب کرنے سے ح ف + س ف حاصلضرب ہوا اسے اگلی حاصلضرب میں سے بموجب دفعہ ۱۸ اسکے کم کیا تو ح ط + س ط — ح ف — س ف حاصلضرب مطلوب ہوا +

اگر ح — س کو ط — ف میں ضرب کرنا ہو تو اسکے یہہ معنی ہیں کہ ح — س کو ط میں ضرب کرنا ہے اور ساتھ ہی کہ ح + س کو ف دفعہ گہٹانا ہے اسلئے ح ط — س ط میں سے ح ف — س ف کو گہٹایا تو ح ط — س ط — ح ف + س ف حاصلضرب مطلوب ہوا +

اوپر جو مثالیں لکھی ہیں اونکو ایک جگہ پر لکھتے ہیں

ح + س کو ط + ف میں ضرب کرنے سے حاصل ضرب = ح ط + س ط + ح ف + س ف

ح + س کو ط − ف میں ضرب کرنے سے حاصل ضرب = ح ط + س ط − ح ف − س ف

ح − س کو ط − ف میں ضرب کرنے سے حاصل ضرب = ح ط − س ط − ح ف + س ف

اسیطرح اور مثالوں سے بھی یہہ قاعدہ ذیل نکلتا ہے

قاعدہ

مضروب کی ہر ایک مقدار مفرد کو مضروب فیہ کی ہر ایک مقدار مفرد میں علیحدہ علیحدہ ضرب کرو اور ان حاصل ضربوں کو جمع کرو تو یہی حاصل جمع حاصل ضرب مطلوب ہوگا ؛

امثال

(۱) د + ۱ کو

د + ۲ میں ضرب دو

د² + د مضروب کو د میں ضرب کرنے سے یہہ حاصل ضرب ہوا

+ ۲ د + ۲ مضروب کو ۲ میں ضرب کرنے سے یہہ حاصل ضرب ہوا

د² + ۳ د + ۲ کل حاصل ضرب ہوا

(۲) ۲۱ یا ۲۰ + ۱ کو

۱۹ یا ۲۰ − ۱ میں ضرب دو

۱۸۹ ۔۔۔ ۴۰۰ + ۲۰

۲۱ ۔۔۔ − ۲۰ − ۱

۳۹۹ یا ۴۰۰ − ۱

(۳) ۲ + ح کو

۳ − س میں ضرب دو

۶ + ۳ ح یہہ حاصلضرب مضروب کو ۳ میں ضرب کرنے سے ہوا

− ۲ س − ح س یہہ حاصلضرب مضروب کو −س میں ضرب کرنے سے ہوا

۶ + ۳ ح − ۲ س − ح س کل حاصلضرب ہوا

(۴) ح + س کو

ح + س میں ضرب دو

ح۲ + ح س یہہ حاصلضرب مضروب کو ح میں ضرب کرنے سے ہوا

+ ح س + س۲ مضروب کو س میں ضرب کرنے سے یہہ حاصلضرب ہوا

ح۲ + ۲ ح س + س۲ کل حاصلضرب ہوا

(۵) ح − س کو

ح − س میں ضرب دو

ح۲ − ح س مضروب کو ح میں ضرب کرنے سے یہہ حاصلضرب ہوا

− ح س + س۲ مضروب کو −س میں ضرب کرنے سے یہہ حاصلضرب ہوا

ح۲ − ۲ ح س + س۲ کل حاصلضرب مطلوب ہوا

(۶) د − ۲ ر کو

۲ د + ۳ ر میں ضرب دو

۲ د۲ − ۴ د ر یہہ حاصلضرب مضروب کو ۲ د میں ضرب کرنے سے ہوا

+ ۳ د ر − ۶ ر۲ یہہ حاصلضرب مضروب کو +۳ ر میں ضرب کرنے سے ہوا

۲ د۲ − د ر − ۶ ر۲ کل حاصلضرب ہوا

اب ایک ایسی مثال لکھتے ہیں کہ جسکے مضروب اور مضروب فیہ کی مقدار مرکب میں دو سے زیادہ مقادیر مقرر ہوں +

۲ ح + ۳ س — ۴ ط کو

ح + س — ط میں ضرب دو

۲ حؔ + ۳ ح س — ۴ ح ط یہہ حاصلضرب مضروب کو ح میں ضرب کرنے سے ہوا

+ ۲ ح س + ۳ سؔ — ۴ س ط یہہ حاصلضرب مضروب کو + س میں ضرب کرنے سے ہوا

— ۲ ح ط — ۳ س ط + ۴ طؔ یہہ حاصلضرب مضروب کے — ط میں ضرب کرنے سے ہوا

۲ حؔ + ۵ ح س — ۶ ح ط + ۳ سؔ — ۷ س ط + ۴ طؔ کل حاصلضرب ہوا

ایک مقدار کی قوتوں سے ضرب کرنے کا

قاعدہ

دفعہ ۳۴ ایک مقدار کی جن قوتوں کو مثلاً ح, حؔ, حؗ, حؕ, وغیرہ کو ضرب کرنا ہو تو انکی قوت نماؤں کو جمع کرو اور اس حاصل جمع کو مقدار مذکور کا نیا قوت نما فرض کرو کہ وہی حاصلضرب مطلوب ہوگا +

مثلاً حؔ × حؗ = حؕ کیونکہ بموجب دفعہ ۸ کے حؔ = ح × ح اور حؗ = ح × ح × ح اسلئے حؔ × حؗ = ح ح × ح ح ح = ح ح ح ح ح = حؕ

اسیطرح یہہ بھی جانو کہ

حؔ × حؗ = حؕ

اگر حروف مقدار مضروب و مضروب فیہ کے قوت نما ہوں اونکو جمع کر لو اور حاصل جمع کو مقدار کا نیا قوت نما فرض کرو وہی حاصل ضرب مطلوب کے برابر ہوگا ؎

مثلاً $ح^{م} \times ح^{ن} = ح^{م+ن}$ اس مثال میں بجائے م اور ن کے کوئی عدد فرض کر لو

آٹھویں دفعہ کے بموجب $ح^{م} = ح \times ح \times ح$ وغیرہ ح سے ح کو ضرب کرتے جاؤ جب تک حاصل ضرب میں ح کی تعداد برابر ہو مقدار م کے

وعلیٰ ہذا القیاس $ح^{ن} = ح \times ح \times ح$ وغیرہ ح سے ح کو ضرب کرو جب تک کہ حاصل ضرب میں ح کی تعداد برابر ہو مقدار ن کے

$\therefore ح^{م} \times ح^{ن} = ح \times ح \times ح$ وغیرہ یہانتک کہ ح کی تعداد برابر ہو مقدار م کے $\times ح \times ح \times ح$ وغیرہ یہانتک کہ ح کی تعداد برابر ہو مقدار ن کے پس کل حاصل ضرب

$= ح \times ح \times ح$ وغیرہ یہانتک کہ ح کی تعداد برابر ہو مقدار م + ن کے

$= ح^{م+ن}$ بموجب حد مذکور کے

حاصل

اگر بجائے ح کے ح + س یا ح + س + ط یا اور کوئی مقدار مرکب لکھیں تو مقدار مرکب کی قوتوں کا حاصل ضرب دریافت کرنے کا یہ قاعدہ ہے کہ قوت نماؤں کو جمع کرو اور حاصل جمع کو مقدار مذکور کا نیا قوت نما خیال کرو تو مقدار کی یہ قیمت برابر ہوگی حاصل ضرب مطلوب کے مثلاً $\overline{ح + س}$ کی دوسری قیمت کو $\overline{ح + س}$ کی تیسری قیمت میں ضرب دیں تو حاصل ضرب برابر ہوگا $\overline{ح + س}$ کی پانچویں قیمت کے

مثالیں

(۱) ۲ د^۲ × ۳ د^۳ = ۲ × ۳ × د^۲ د^۳ = ۶ د^۵

(۲) ۲ ح ک × ۲ ح د ر = ۷ × ۲ × ح ح د د ر = ۱۴ ح^۲ د^۲ ر

(۳) ۵ ح^۲ س^۲ ط × ح س ط = ۵ ح^۲ ح س س ط ط = ۵ ح^۳ س^۳ ط^۲

(۴) ۳ د^۲ ز^۲ ص × ۴ د^۳ ز ص = ۳ × ۴ د^۲ د^۳ ز^۲ ز ص ص = ۱۲ د^۵ ز^۳ ص^۲

(۵) م ن د^۲ ر × - ع ر = - م ن ع د^۲ ر ر = - م ن ع د^۲ ر^۲

(۶) -۳ ح س^۲ ط د × -۲ ح ط د^۲ ر = ۶ ح ح س^۲ ط ط د^۲ د ر = ۶ ح^۲ س^۲ ط^۲ د^۳ ر

(۷) ۲ ح^۲ × ۳ ح^۳ = ۲ × ۳ × ح^۲ ح^۳ = ۶ ح^{۲+۳}

(۸) ح د^م × س د^ن = ح س د^م د^ن = ح س د^{م+ن}

(۹) ح د^م × س د^ن × ط د^ع = ح س ط د^م د^ن د^ع = ح س ط د^{م+ن+ع}

(۱۰) ۲ ح د × -۳ س ر × - ح^۲ د ر = ۲ × -۳ × - ح^۳ س د^۲ ر^۲ = ۶ ح^۳ س د^۲ ر^۲

(۵) سوالات

(۱) ح د ر کو س میں ضرب دو

(۲) ۳ م ن کو - ع میں ضرب دو

(۳) م + ن - ع کو ۳ میں ضرب دو

(۴) ح د + س د کو ع میں ضرب دو

(۵) ح ف + ۲ س ف کو ۲ ح میں ضرب دو

(۶) ۳ ح^۲ - ۲ ح د^۲ کو ح د میں ضرب دو

(۷) ۳ د^۲ - ۲ د ر + ۲ کو - د ر میں ضرب دو

(۸) ۱ - ۲ ح د + ۳ س د کو - ۳ ن میں ضرب دو

(۹) ۲ ح س - ۳ ح ط + ۵ س ف کو - ۲ د میں ضرب دو

(۱۰) ۲ د ر - ۳ کو ۲ د میں ضرب دو

(۱۱) ح د + س ر - ط ص کو ۲ د ر س میں ضرب دو

(۱۲) ۲ ح^۲ - س د + ف کو س ر میں ضرب دو

(۱۳) ... + دکو س + ر میں ضرب دو (۲۵) ۱+۲د+۳د۲ کو د—ر میں ضرب دو

(۱۴) د۲+۳ کو د—۱ میں ضرب دو (۲۶) ح+د—رکو س—ر میں ضرب دو

(۱۵) د—۴ کو د+۳ میں ضرب دو (۲۷) ح ط—س ط+ح ع کو ح—س میں ضرب دو

(۱۶) ۲د—۵ کو ۳د—۲ میں ضرب دو (۲۸) ح۳+ح۲+ح+۱ کو ح—۱ میں ضرب دو

(۱۷) ۱—دکو د+۱ میں ضرب دو (۲۹) د۳+ح د۲+ح۲ د+ح۳ کو د—ح میں ضرب دو

(۱۸) ۱—دکو د—۲د۲ میں ضرب دو (۳۰) ۴د۲—۶د+۹ کو ۲د+۳ میں ضرب دو

(۱۹) ح+س رکو ۲د—ر میں ضرب دو (۳۱) ۴+۲د+د۲ کو ۴—۲د+د۲ میں ضرب دو

(۲۰) ح+۲دکو ح—۳د میں ضرب دو (۳۲) ح۲—۲د۲ کو ح۳—د۲ میں ضرب دو

(۲۱) ۷د—۱ کو ۵د—۴ میں ضرب دو (۳۳) د۳+۳د۲+۹د+۲۷ کو د—۳ میں ضرب دو

(۲۲) ۲ح د—۳س رکو ۴ر—۲د میں ضرب دو (۳۴) ۲ح۲ د۲+۳س۲ ر کو ۲ح۲ د۲—۳س۲ ر میں ضرب دو

(۲۳) ۱—۲م ن کو ۲م+ن میں ضرب دو (۳۵) ۲ح۲—۳ح س+س۲ کو ۲ح۲+۳ح س—س۲ میں ضرب دو

(۳۶) ح۲—س ط کو ح ط—س۲ میں ضرب دو

قسمت

مقسوم و مقسوم علیہ اور خارج قسمت ان لفظوں کے معنی علم حساب اور جبر مقابلہ میں یکساں ہیں +

ایک مقدار کو دوسری مقدار پر تقسیم کرنے سے یہہ مراد ہے کہ پہلی مقدار میں دوسری مقدار کتنی دفعہ گھٹ سکتی ہے اور اگر خارج قسمت کو مقسوم علیہ میں ضرب دو تو حاصل ضرب برابر ہوگا مقسوم کے

ایک مقدار مفردہ کو دوسری مقدار مفردہ پر تقسیم کرنیکا

قاعدہ

دفعہ ۳۸ جو کہ خارج قسمت × مقسوم علیہ = مقسوم اسلئی جو مقسوم کے ایسی دو حصے لئی جاویں کہ اونکا حاصلضرب برابر ہو مقسوم کے اور ایک حصہ برابر ہو مقسوم علیہ کے تو دوسرا حصہ برابر ہوگا خارج قسمت کی مثلاً ۳ دکو د پر تقسیم کرنا ہو تو ۳ د میں د کا ۳ سر ہے اسلئی ۳ خارج قسمت ہوگا +

اور اگر ۳ د کو ۳ پر تقسیم کرنا ہو تو ۳ د میں ۳ کا د سر ہے اسلئی د خارج قسمت ہوگا

ان مثالوں سی یہہ قاعدہ نکلتا ہے کہ اگر ایک مقدار مفردہ دوسری مقدار مفردہ پر پوری دفعہ تقسیم ہو جاوی تو تقسیم کرنیکا یہہ قاعدہ ہے کہ مقسوم کے ایسی دو حصی کرلو کہ اونکا حاصلضرب برابر ہو مقسوم کے +

اور ایک حصہ برابر ہو مقسوم علیہ کے تو دوسرا حصہ برابر ہوگا خارج قسمت کی +

مثالین

(۱) ۶ ح س ط کو ۲ ح س پر تقسیم کرو

۶ ح س ط = ۲ ح س × ۳ ط اسلئی ۳ ط خارج قسمت ہوا +

(۲) ۱۰ د ر کو ۲ ر پر تقسیم کرو

۱۰ د ر = ۲ ر × ۵ د اسلئی ۵ د خارج قسمت ہوا +

(۳) ـ ۲ د ر کو ۲ ح ر پر تقسیم کرو

ـ ۲ د ر = ۲ ح ر × ـ د اسلئی ـ د خارج قسمت ہوا +

(۴) ۶ م ن ع ر کو ۔۲ م ع ر پر تقسیم کرو

کیونکہ ۶ م ن ع ر = ۔ م ع ر × ۔۶ ن اسلئے ۔۶ ن خارج قسمت ہوا

(۵) ۔ ۱۴ ا ح س ط کو ۔۲ ح س پر تقسیم کرو

۔ ۱۴ ا ح س ط = ۔۲ ح س × ۷ ح ط اسلئے ۷ ح ط خارج قسمت ہوا +

(۶) ۔ ۸ ح^{۲} س^{۳} ط^{۲} کو ۴ ح س ط پر تقسیم کرو

۔ ۸ ح^{۲} س^{۳} ط^{۲} = ۴ ح س ط × ۔۲ ح س^{۲} ط^{۲} اسلئے

۔۲ ح س^{۲} ط^{۲} خارج قسمت ہوا +

(۷) ۵ ح^{۴} س^{۳} ط^{۵} کو ح^{۲} س ط^{۲} پر تقسیم کرو

۵ ح^{۴} س^{۳} ط^{۵} = ح^{۲} س ط^{۲} × ۵ ح^{۲} س^{۲} ط^{۳} اسلئے ۵ ح^{۲} س^{۲} ط^{۳}

خارج قسمت ہوا +

(۸) ۱۲ م ن^{۲} ع کو $\frac{۳}{۴}$ م ن ع پر تقسیم کرو

۱۲ م ن^{۲} ع = $\frac{۳}{۴}$ م ن ع × ۱۶ ن اسلئے ۱۶ ن خارج قسمت ہوا

مقدار مرکب کو مقدار مفردہ پر تقسیم کرنیکا قاعدہ

چونکہ ۱۲ دفعہ کے بموجب ح + س + ط + وغیرہ کو م میں ضرب دینے سے

م ح + م س + م ط + وغیرہ حاصلضرب ہوتا ہے۔

اسلئے م ح + م س + م ط + وغیرہ کو م پر تقسیم کیا تو

ح + س + ط + وغیرہ خارج قسمت ہوا اس سے

قاعدہ ذیل نکلتا ہے

قاعدہ

دفعہ ۴۳ بموجب دفعہ ۴۲ کے مقسوم کی مقدار مرکب کی ہر ایک مقدار مفردہ کو علیحدہ علیحدہ مقسوم علیہ کی مقدار مفردہ پر تقسیم کرو اور جو خارج قسمت حاصل ہوں اونکو جمع کرو حاصل جمع برابر ہوگا خارج قسمت مطلوب کے +

مثالین

(۱) ح س + ۲ ح ط − ۳ ح ف کو ح پر تقسیم کرو

ح س ÷ ح = س اور ۲ ح ط ÷ ح = + ۲ ط اور − ۳ ح ف ÷ ح = − ۳ ف اسلئے کُل مقدار مقسوم کو مقدار ح پر تقسیم کیا تو س + ۲ ط − ۳ ف خارج قسمت مطلوب ہوا +

(۲) م د + ن د^2 − ع د ر کو د پر تقسیم کرو

م د ÷ د = م اور + ن د^2 ÷ د = ن د اور − ع د ر ÷ د = − ع ر اسلئے کُل مقدار مقسوم کو د پر تقسیم کیا تو م + ن د − ع ر کُل خارج قسمت ہوا +

(۳) ۴ ح^2 د^2 − ۶ ح^2 س د + ۲ ح د^3 کو ۲ ح د پر تقسیم کرو

۴ ح^2 د^2 ÷ ۲ ح د = ۲ ح د اور − ۶ ح^2 س د ÷ ۲ ح د = − ۳ ح س اور + ۲ ح د^3 ÷ ۲ ح د = + د^2 اسلئے ۲ ح د − ۳ ح س + د^2 خارج قسمت مطلوب ہوا +

جبکہ مقسوم علیہ مقدار مرکب ہو تو تقسیم کرنیکا

قاعدہ

دفعہ ۴۴ اول مقسوم اور مقسوم علیہ دونوں کی مقادیر مفردہ کو بموافق قوت ایک

حروف کے با ترتیب لکھو یعنی حرف مذکور کی سب سے بڑی قوت جس مقدار میں ہو اوسکے پیچھے ہو اور اوس سے چھوٹی قوت جس مقدار میں ہو اوسی پہلی مقدار کے بائیں طرف لکھو اسیطرح جس مقدار میں حرف مذکور کی قوت دوسری مقدار کے حرف مذکور کی قوت سے چھوٹی ہو اوسے دوسری مقدار کے بائیں طرف لکھو وعلی ہذالقیاس مقسوم کی جتنی مقادیر مفردہ ہوں اونکو اس ترتیب پر لکھو کہ حرف مذکور کی قوتیں گھٹتی چلی جاویں +

یا مقسوم اور مقسوم علیہ کی مقادیر مفردہ کو برعکس ترتیب بالا کے لکھو یعنی جس مقدار میں حرف مذکور کی قوت سب سے چھوٹی ہو اوسی اول لکھو اور جس مقدار میں اوس سے بڑی قوت ہو اوسی اول مقدار کے بائیں طرف لکھو وعلی ہذالقیاس مقسوم اور مقسوم علیہ کی جتنی مقادیر مفردہ ہوں اونکو اس ترتیب پر لکھو کہ حرف مذکور کی قوتیں بڑھتی چلی جاویں +

دوم ۴۳ دفعہ کے بموجب مقسوم کی اول مقدار مفردہ کو مقسوم علیہ کی اول مقدار مفردہ پر تقسیم کرو اور جو خارج قسمت حاصل ہو اوسے خارج قسمت مطلوب کے پہلی جگہ پر لکھو +

سیوم مقسوم علیہ کی ہر ایک مقدار مفردہ کو خارج قسمت کی اول مقدار میں ضرب دو اور کل حاصل ضرب کو مقسوم میں سے منہا کرو +

چہارم جو باقی رہی اوسے نیا مقسوم فرض کرو اور بموجب طریق مذکور عمل کرو اور جو خارج قسمت حاصل ہو اوسے اول مقدار خارج قسمت کی بائیں طرف لکھو یہی عمل جاری رکھو جب تک کچھ باقی نہ رہے تو جو خارج قسمت حاصل ہو وہی

جواب ہوگا یا آخر میں جو باقی رہی وہ کم ہو مقسوم علیہ سے تو اس باقی کے نیچے مقسوم علیہ کو لکھکر اس کسر کو کل خارج قسمت کے داہنی طرف لکھ دیں یہی خارج قسمت مطلوب ہوگا +

قاعدہ تقسیم مذکورۂ الصدر علم حساب کی قاعدہ تقسیم سے ملتا ہے

مثلاً تین ہزار چوراسی ۳۰۸۴ کو بتیس ۳۲ پر تقسیم کرنا ہوتا ہو تو مقسوم اور مقسوم علیہ کو عدد ۱۰ کی قوتوں کے بموجب لکھتے ہیں مثلاً بتیس ۳۲ مقسوم علیہ کو اسطرح جیسے ۳۲ لکھتے ہیں اور اس سے یہہ مراد ہے کہ ۳ × ۱۰ + ۲ اور اسیطرح ۳۰۸۴ کے یہہ معنی ہیں کہ ۳ × ۱۰^۳ + ۸ × ۱۰ + ۴ پس قسمت کرنے میں مقسوم علیہ کی پہلی رقم یعنی ۳ × ۱۰ یا ۳۰ مقسوم کی پہلی رقم یعنی ۳ × ۱۰^۲ یا ۳۰۰ میں ۱۰ دفعہ جاسکتی ہے اسلئے خارج قسمت کا ۱۰ ایک حصہ ہوا پھر ۱۰ گنا ۳۲ یعنی ۳۲۰ کو ۳۰۸۴ میں سے تفریق کیا تو ۶۴ باقی رہے اسکو نیا مقسوم فرض کر اسکو ۳۲ پر تقسیم کیا تو ۲ خارج قسمت حاصل ہوا اور کچھ باقی نہ رہا اس خارج قسمت کو ۱۰ میں کہ اول خارج قسمت مذکور ہے جوڑ دیا یعنی ۱۲ کل خارج قسمت مطلوب ہوا +

مثالیں

(۱) ح ط + س ط + ح ف + س ف کو ح + س پر تقسیم کرو اس مثال میں بترتیب قوتوں حرف ح کے مقسوم اور مقسوم علیہ کی رقموں کو لکھا +

مقسوم علیہ	مقسوم	خارج قسمت
ح+س)	ح ط + ح ف + س ط + س ف	(ط + ف

ح ط + س ط

+ ح ف + س ف

+ ح ف + س ف

اسلئے ط + ف خارج قسمت ہوا +

مثال مندرجہ بالا میں مقسوم علیہ کی اول رقم ح مقسوم کی اول رقم ح ط میں ط دفعہ شامل ہو سکتی ہے اسلئے ط کو کل خارج قسمت کا ایک حصہ فرض کر اوسی مقسوم کی بائیں طرف لکھا پھر ح + س مقسوم علیہ کو ط میں ضرب کر ح ط + س ط حاصلضرب کو مقسوم میں سے گھٹا دیا تو + ح ف + س ف باقی رہا اس باقی کو نیا مقسوم فرض کر اسکو ح پر تقسیم کیا تو + ف خارج قسمت حاصل ہوا یہ خارج قسمت مطلوب کا دوسرا جز ہوا اسے بائیں طرف لکھا تو ط + ف کل خارج قسمت مطلوب ہوا اور تقسیم کرنے کے بعد کچھ باقی نہ رہا

(۲) ح۲ + س۲ − ۲ ح س کو ح − س پر تقسیم کرو

مقسوم اور مقسوم علیہ کی رقموں کو بترتیب قوت ح کے لکھا تو ح − س مقسوم علیہ اور ح۲ − ۲ ح س + س۲ مقسوم ہوا

مقسوم علیہ	مقسوم	خارج قسمت
ح − س)	ح۲ − ۲ ح س + س۲	(ح − س

ح۲ − ح س

− ح س + س۲

اس مثال میں چونکہ مقدار ح مقدار ح² میں ح دفعہ شامل ہو سکتی ہے اسلئی ح کو خارج قسمت مطلوب کی اول رقم فرض کرا وہی مقسوم کی بائیں طرف لکھا پھر ح − س مقسوم علیہ کو ح میں ضرب دیکر ح² − ح س حاصلضرب کو مقسوم میں سے منہا کیا تو − ح س + س² باقی رہا اس باقی کو نیا مقسوم فرض کر اس باقی کی − ح س مقدار مفردہ کو ح پر تقسیم کیا تو − س خارج قسمت حاصل ہوا اور یہہ خارج قسمت مطلوب کا دوسرا حصہ ہوا پھر ح − س مقسوم علیہ کو − س میں ضرب دیکر − ح س + س² حاصلضرب کو باقی مذکور میں سے گھٹایا تو کچھہ باقی نہ رہا اسلئی ح − س کل خارج قسمت مطلوب ہوا +

(۳) ۲ ح² + ۳ س² + ۴ ط² + ۵ ح س − ۶ ح ط − ۷ س ط کو ح + س − ط پر تقسیم کرو
مقسوم اور مقسوم علیہ کی مقادیر مفردہ کو بہ ترتیب قوتوں حرف ح کے لکھا

مقسوم علیہ	مقسوم	خارج قسمت
ح + س − ط)	۲ ح² + ۵ ح س − ۶ ح ط + ۳ س² − ۷ س ط + ۴ ط²	(۲ ح + ۳ س − ۴ ط

۲ ح² + ۲ ح س − ۲ ح ط

+ ۳ ح س − ۴ ح ط + ۳ س² − ۷ س ط + ۴ ط²

+ ۳ ح س + ۳ س² − ۳ س ط

− ۴ ح ط − ۴ س ط + ۴ ط²

− ۴ ح ط − ۴ س ط + ۴ ط²

۲ ح + ۳ س − ۴ ط کل خارج قسمت مطلوب ہوا

(۴) ۶۴ − ح^{6} کو ۲ − ح پر تقسیم کرو

مقسوم علیہ	مقسوم	خارج قسمت
۲ − ح)	۶۴ − ح^{6} (	۳۲ + ۱۶ح + ۸ح^{2} + ۴ح^{3} + ۲ح^{4} + ح^{5}

۶۴ − ۳۲ح

۳۲ح − ح^{6}

۳۲ح − ۱۶ح^{2}

۱۶ح^{2} − ح^{6}

۱۶ح^{2} − ۸ح^{3}

۸ح^{3} − ح^{6}

۸ح^{3} − ۴ح^{4}

۴ح^{4} − ح^{6}

۴ح^{4} − ۲ح^{5}

۲ح^{5} − ح^{6}

۲ح^{5} − ح^{6}

پس ۳۲ + ۱۶ح + ۸ح^{2} + ۴ح^{3} + ۲ح^{4} + ح^{5} خارج قسمت ہوا

(۶) سوالات

(۱) ۷ د کو ۷ پر تقسیم کرو (۳) ۷ ح د کو ح پر تقسیم کرو

(۲) ۷ د کو د پر تقسیم کرو (۴) ۷ ح د کو ۷ د پر تقسیم کرو

(۳۰) ع^۲ د^۲ + ع − ۲ ج س د^۲ + س^۲ د^۲ + ع^۲ س^۲ − ۲ ع^۲ س کو ع ۲ − س د
ع^۲ − ج س پر تقسیم کرو

(۳۱) ۲ ۴۲ د^۲ + ۴۳ ۴۲ ۳ کو ۲ د + ۳ پر تقسیم کرو

مقسوم علیہ اعظم کے بیان مین

دفعہ ۷۴ حد اگر ایک مقدار دوسری مقدار پر پوری دفعہ تقسیم ہو جاوے تو پہلی مقدار **ضعف** کہلاتی ہے اور دوسری مقدار **مقسوم علیہ کامل** اسلئے جو دو یا زیادہ مقادیر کسی ایک مقدار پر پوری دفعہ تقسیم ہو جاویں تو اس مقدار کو اون مقداروں کا **مقسوم علیہ مشترک** کہتے ہیں کیونکہ وہ مقدار سب مقداروں کا مقسوم علیہ کامل ہے اس باعث سے سب سے بڑے مقسوم علیہ کامل کو **مقسوم علیہ اعظم** بولتے ہیں مثلاً ۱۵ کا ۵ مقسوم علیہ کامل ہے کیونکہ ۵ پر ۱۵ پوری دفعہ تقسیم ہو سکتا ہے اسیطرح ۵ پر ۸ پوری دفعہ تقسیم ہو سکتی ہے اس سبب سے ۱۵ اور ۲۵ کا ۵ مقسوم علیہ مشترک ہوا ایسے ہی ۸ اور ۱۲ کا ۲ مقسوم علیہ مشترک ہے اور ان عددوں کا ۴ بھی مقسوم علیہ مشترک ہے اور ۴ ۲ سے بڑا ہے اور ۸ اور ۱۲ کا ۲ اور ۴ کے سوائے اور کوئی عدد مقسوم علیہ مشترک نہیں ہو سکتا اسلئے ۸ اور ۱۲ کا ۴ مقسوم علیہ اعظم ہوا کیونکہ مقدار ج پر مقدار ۲ ج پوری تقسیم ہو سکتی ہے اور مقدار ج پر مقدار ۳ ج بھی تقسیم ہو سکتی ہے اسلئے ۲ ج اور ۳ ج کا ج مقسوم علیہ مشترک ہے ۲ ج اور ۳ ج کا ج کے سوای اور کوئی [illegible] نہیں ہے اسلئے اونکا ج مقسوم علیہ اعظم ہوا +

مثالوں مذکورہ بالا سے یہہ صاف ظاہر ہوتا ہے کہ ایک مقدار کا مقسوم علیہ کامل
اوس مقدار کا ایک جزو ہوتا ہے مثلاً ۸ کا ۴ مقسوم علیہ کامل ہے اور ۸ کا
یہہ ایک جزو ہے کیونکہ ۴ + ۴ یا ۲ × ۴ = ۸ اسلئے جو ایک مقدار کے
ایسے اجزا نکال لئی جاویں کہ اونکا حاصلضرب برابر ہو مقدار مذکور کے اسیطرح
دوسری مقدار کے بھی ایسے اجزا نکال لیجاویں کہ اونکا حاصلضرب برابر ہو
دوسری مقدار کے تو دفعتاً معلوم ہو جائیگا کہ دونوں مقادیر مذکور میں کون کونسے
مقسوم علیہ مشترک ہیں اور ان مقسوم علیہ مشترک کا حاصلضرب دونوں مقادیر مذکور کا
مقسوم علیہ اعظم ہوگا +

دفعہ ۴۴ اسیطرح علم حساب میں جب ایک عدد کے ایسے اجزا نکالنی ہوتے
ہیں تو ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، وغیرہ اعداد میں سے جس عدد پر عدد مذکور پورا
تقسیم ہو سکتا ہے اوس عدد پر عدد مذکور کو تقسیم کر خارج قسمت نکال لیتے ہیں اور
جو یہہ خارج قسمت کسی عدد پر پورا تقسیم ہو سکتا ہے تو اوسی اوس عدد پر تقسیم کر
خارج قسمت نکال لیتے ہیں +

اسیطرح جو خارج قسمت حاصل ہوتے ہیں اونپر عمل مذکور وہانتک جاری
رکھتے ہیں کہ آخر میں جو خارج قسمت نکلتا ہے وہ سوائے ایک کے کسی اور
عدد پر پورا تقسیم نہ ہو سکے مثلاً ۱۸۹ کے ایسے اجزا نکالا چاہتے ہیں کہ
اونکا حاصلضرب ۱۸۹ ہو تو دیکھتے ہیں کہ ۲ پر ۱۸۹ پورا تقسیم نہیں
ہو سکتا مگر ۳ پر پورا تقسیم ہو سکتا ہے +

مثال

۳	۱۸۹
۳	۶۳
۳	۲۱
۷	۷
	۱

∴ ۱۸۹ = ۳ × ۳ × ۳ × ۷

اسیطرح ۲۲۴ کے ایسے اجزا نکالو کہ اونکا حاصلضرب ۲۲۴ ہو

۲	۲۲۴
۲	۱۱۲
۲	۵۶
۲	۲۸
۲	۱۴
۷	۷
	۱

∴ ۲۲۴ = ۲ × ۲ × ۲ × ۲ × ۲ × ۷

پہلی مثال میں ۲ پر ۱۸۹ پورا تقسیم نہیں ہوسکتا مگر ۳ پر ۳ دفعہ پورا تقسیم ہوگیا اور ۴، ۵، ۶، ان میں سے کسی عدد پر اخیر خارج قسمت پورا تقسیم نہیں ہوسکتا مگر ۷ پر پورا تقسیم ہوگیا +

دوسری مثال میں ۲ پر ۲۲۴، ۵ دفعہ متواتر پورا تقسیم ہوگیا اور اخیر خارج قسمت ۷ تعداد ۷ پر پورا تقسیم ہوگیا +

اسلئے ۱۸۹ کے ۳، ۳، ۳، اور ۷ اجزاء مطلوب ہیں اور ۲۲۴ کے ۲، ۲، ۲، ۲، ۲، اور ۷ اجزاء مطلوب ہیں ان بحث دونوں مقادیر کا ۷ مقسوم علیہ مشترک ہے اور ۱۸۹ اور ۲۲۴ کا ذو

مقسوم علیہ اعظم ہے +

مثال

۳۸۵ اور ۳۹۶ کا مقسوم علیہ اعظم نکالو

۲	۳۹۶
۲	۱۹۸
۳	۹۹
۳	۳۳
۱۱	۱۱
	۱

۵	۳۸۵
۷	۷۷
۱۱	۱۱
	۱

۱۱ × ۷ × ۵ = ۳۸۵ ∴ ۱۱

۱۱ × ۳ × ۳ × ۲ × ۲ = ۳۹۶

اور چونکہ ۳۸۵ اور ۳۹۶ کے جزو میں ۱۱ مشترک ہی اس باعث سے
اون عددونکا ۱۱ مقسوم علیہ اعظم ہے +

علم حساب میں دو یا زیادہ عددونکے مقسوم علیہ اعظم کے نکالنے کا جو قاعدہ
مندرج ہے اوس قاعدے کے بموجب جبر و مقابلہ میں بھی دو یا زیادہ مقدارونکا
مقسوم علیہ اعظم نکل آتا ہے +

دفعہ ۲۹ ربط کرنے سے مقادیر جبریہ کے بھی ایسی اجزا نکل آتے ہیں
جنکو بتواتر ضرب کرنے سے حاصل ضرب آخر برابر ہوتا ہے مقادیر مذکور کے
پھر اگر مقدار مفردہ ہوتی ہے تو اوسکے ایسی اجزا آسانی نکل سکتی ہیں جنکا حاصل ضرب
برابر ہوتا ہے مقدار مفردہ کے مثلاً ۲ ع س ط = ۲ ح ح س ط اور ۲ع س ط
= ۲ × ۲ × ح ح ح س س ط اس باعث سے ۲ ع س ط اور ۲ ع س ط

کا مقسوم علیہ اعظم برابر ہوگا ۲ ج ح س ط کے یعنی اجزای مشترک کے

۳ ج ذ ر اور ۶ ج س د انکا مقسوم علیہ اعظم نکالو

۳ ج ذ ر = ۳ ح ح ح ح د د د د ر

اور ۶ ج س د = ۲ × ۳ × ح ح س د انمیں ۳، ح، ح، د

اجزای مشترک ہیں اسلئے ۳ × ح ح د یا ۳ ج د

مقسوم علیہ اعظم ہوا +

ذو اضعاف اقل کے بیان میں

دفعہ ۳۰ حد اگر ایک مقدار دوسری مقدار پر پوری تقسیم ہو جاسے تو پہلی مقدار کو دوسری مقدار کا **ضعف** کہتے ہیں اس باعث سے اگر ایک مقدار دو یا زیادہ مقادیر پر علیحدہ علیحدہ پوری تقسیم ہو جائے تو پہلی مقدار کو اون مقدارونکا ذو اضعاف کہتے ہیں اور اسیطرح اگر کوئی چھوٹی مقدار اون مقدارون پر علیحدہ علیحدہ پوری تقسیم ہو جائے اور اوس سے چھوٹی مقدار اور کوئی اونپر پوری تقسیم نہ ہو سکے تو ایسی چھوٹی مقدار کو اون مقدارونکا ذو اضعاف اقل کہتے ہیں مثلاً ۵ کا ۱۵ ضعف ہے کیونکہ ۱۵ ۵ پر ۳ دفعہ پورا تقسیم ہو سکتا ہے اور ۳ کا بھی ۱۵ ضعف ہے کیونکہ وہ ۳ پر ۵ دفعہ پورا تقسیم ہو سکتا ہے اسلئے ۵ اور ۳ کا ۱۵ ذو اضعاف ہے اور علی ہذا القیاس ۵ اور ۳ کے ۳۰ اور ۴۵ ذو اضعاف ہیں مگر ضعف کی سب عددونمیں سب سے چھوٹا عدد ۱۵ ہے اسلئے ۵ اور ۳ کا ۱۵ ذو اضعاف اقل ہے ح کا ۲ ج س ضعف ہے کیونکہ ج س میں مقدار ح ۲ س دفعہ گھٹ سکتی ہے اور س کا بھی ۲ ج س ضعف ہے

کیونکہ ۲ح س مین مقدار س اور ح ۰ دفعہ گھٹ سکتی ہے اسلئے ح اور س کا
۲ح س ذواضعاف ہوا مگر ۲ح س کو ح اور س کا ذواضعاف اقل اسلئے
نہین کہہ سکتے کہ ح اور س کا ح س بھی ذواضعاف ہی اور یہہ بہ نسبت
۲ح س کے چھوٹا ہی اسلئے ح اور س کا ح س ذواضعاف اقل ہوا ٭
امثال مندرجہ بالا سے یہہ صاف ظاہر ہوتا ہے کہ جب ایک مقدار دوسری
مقدار کی ضعف ہوگی تو دوسری مقدار ضعف کا ایک جز ہوگی اور دو یا زیادہ
مقادیر کی اگر ایک مقدار ذواضعاف ہو تو ہر ایک مقدار ذواضعاف کا جز ہوگی
اس سے یہہ قاعدہ نکلتا ہے کہ مقادیر مطلوب کا حاصلضرب اونکا ذواضعاف
ہوگا مگر یہہ اون مقدارونکا ذواضعاف اقل ہو یا نہو مثلاً ۲، ۴، ۶ کا
۲×۴×۶ یا ۴۸ حاصلضرب ذواضعاف ہی مگر ۲ اور ۴ اور ۶ کا ۱۲
ذواضعاف اقل ہے ٭
اسلئے اگر دو یا زیادہ مقادیر کا ذواضعاف اقل نکالنا ہو تو ہر ایک مقدار کے
ایسے اجزا نکالو کہ اونکا متواتر حاصلضرب برابر ہو مقدار مذکور کے اور
ایسی ایک ایسی مقدار بناؤ کہ جسمین ہر ایک مقدار کے مختلف اجزا پائی جاوین
اور اگر کسی مقدار مین کوئی جز دو یا زیادہ دفعہ آیا ہو تو زیادہ سی زیادہ دفعہ
جو آیا ہی اوسی قدر اوس نئی مقدار مین اوتنی ہی دفعہ لکھکر ضرب دو حاصلضرب اونکا ذواضعاف اقل ہوگا

مثالین

(۱) ۳ اور ۱۰ اور ۶ کا ذواضعاف اقل نکالو

۳ = ۳ × ۱ ، ۱۰ = ۲ × ۵ ، ۶ = ۲ × ۳

اِسلئے ۳ و ۱ و ۲ و ۵ اجزائی مختلف ہیں اور کسی مقدار میں ایک جزد و یا زیادہ دفعہ نہیں آیا اِس باعث ۳ × ۱ × ۲ × ۵ = ۳۰ یہہ ذواضعاف اقل ہوا +

(۲) ۸ و ۱۶ و ۱۰ اور ۴۰ اِنکا ذواضعاف اقل نکالو

۸ = ۲ × ۲ × ۲ ۱۶ = ۲ × ۲ × ۲ × ۲

۱۰ = ۲ × ۵ اور ۴۰ = ۲ × ۲ × ۲ × ۵

اِنمیں ۲ اور ۵ مختلف اجزا ہیں مگر ایک مقدار میں عدد ۲، ۴ دفعہ آیا ہے اِسلئے ۲ × ۲ × ۲ × ۲ × ۵ = ۸۰ یہی ذواضعاف اقل ہوا

(۳) ۲ح، ۶ح س اور ۸ح س اِنکا ذواضعاف اقل نکالو

۲ح = ۲ × ح اور ۶ح س = ۲ × ۳ × ح س

۸ح س = ۲ × ۲ × ۲ح س اِنمیں ۲، ۳، ح اور س اجزا مختلف ہیں اور ایک مقدار میں ۲، ۳ دفعہ آیا ہے اِس باعث

۲ × ۲ × ۲ × ۳ × ح س = ۲۴ ح س یہہ ذواضعاف اقل ہوا

(۴) ۸ح^{2} اور ۱۲ح^{3} اور ۲۰ح^{4} اِنکا ذواضعاف اقل نکالو

۸ح^{2} = ۲ × ۲ × ۲ × ح ح اور ۱۲ح^{3} = ۲ × ۲ × ۳ ح ح ح

اور ۲۰ح^{4} = ۲ × ۲ × ۵ ح ح ح ح اِنمیں ۲، ۳، ۵ اور ح اجزا مختلف ہیں اور ایک مقدار میں ۲ تین دفعہ آیا ہے اور ح چار دفعہ اِسلئے ۲ × ۲ × ۲ × ۳ × ۵ ح ح ح ح = ۱۲۰ح^{4} یہہ ذواضعاف اقل ہوا +

(۷) سوالات

(۱) ۵۲۳۲ اور ۳۴۸ کا مقسوم علیہ اعظم نکالو

(۲) ۱۲۵ اور ۹۰۰ کا مقسوم علیہ اعظم نکالو

(۳) ۱۰۰۸۰ اور ۱۴۴۰ کا ایضاً

(۴) ح د اور س د کا ایضاً

(۵) س د² اور س² د³ کا ایضاً

(۶) ح ع د² اور ح ع د کا ایضاً

(۷) ۵ ح² س د اور ۳ ح س د² کا ایضاً

(۸) ۵ ح² س² اور ۳ ح² س³ کا ایضاً

(۹) ۹ ح² س² ط² اور ۶ ح² س ط² کا ایضاً

(۱۰) ۱۴ م ن ع اور ۲۴ م ن ع کا ایضاً

(۱۱) ۲ ح س د اور ۲ ح ط د کا ایضاً

(۱۲) ۳ ح² ع اور ۲ ح س کا ایضاً

(۱۳) ح س ف، ح ط ف اور س ط ف کا ایضاً

(۱۴) ع د، د² اور ح ع د کا ایضاً

(۱۵) ۲۱ اور ۲۴ کا ذواضعاف اقل نکالو

(۱۶) ۱۲، ۱۶ اور ۲۰ کا ایضاً

(۱۷) ۴، ۶، ۸ اور ۱۲ کا ایضاً

(۱۸) ۴، ۶، ۱۲، ۲۱ اور ۲۴ کا ایضاً

(۱۹) ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹ اور ۹ کا مقسوم علیہ اعظم نکالو

(۲۰) ۱، ۲، ۳، ۴، ۳۳ اور ۳۰ کا ایضاً

(۲۱) ح د اور س د کا ایضاً

(۲۲) ح د اور ۲ د کا ایضاً

(۲۳) ۲، ۶، ۸ د کا ایضاً

(۲۴) ح س، ح ط اور س ط کا ایضاً

(۲۵) د² اور ۲ د کا ایضاً

(۲۶) س ف، ط ف، ط ف اور س ط کا ایضاً

بیان کسور

حد لفظ کسر کے جو معنی علم حساب میں ہیں وہی جبر و مقابلہ میں بھی ہیں
مثلاً ج/س سے یہہ مراد ہے کہ ایک یا کل مقدار کے س حصے برابر کے
ہوئے ہیں اور ویسے ج حصے لئے ہیں اور شمار کنندہ ج اور نسب نما س
کی جگہ جو عدد چاہو فرض کرکے رکھو ٭

دفعہ ٣٢ اب یہہ بات بیان کرتے ہیں کہ ج/س برابر ہے ج کے س
ویں حصے کے بموجب حد کسور کے ج/س کے یہہ معنی ہیں کہ ایک کے س
حصے برابر کے ہوئے ہیں اور ویسے ج حصے لئے ہیں جبکہ ایک مقدار کے س
برابر حصے ہوئے ہیں تو یہہ صاف ظاہر ہے کہ ہر ایک حصہ ایک کا س
واں حصہ ہوگا اور ج/س سے یہہ مراد ہے کہ ویسے ویسے حصے ج لئے ہیں
یعنی ایک مقدار کے س ویں حصے کو ١ + ١ + ١ + ١ وغیرہ تعداد ج تک
لئے ہیں اور ١ + ١ + ١ + ١ وغیرہ انکا حاصل جمع برابر ہے ج کے
اسلئے ج/س برابر ہے ج کے س ویں حصے کے ٭

دفعہ ٣٣ کسی کسر کے شمار کنندہ اور نسب نما کو اگر ایک ہی
مقدار میں ضرب دیویں تو اوس کسر کی قیمت میں کچھ فرق نہیں پڑیگا مثلاً
ج/س = ٢ج/٢س = ٣ج/٣س = ن ج/ن س کیونکہ ٢ج/٢س سے یہہ مراد ہے
کہ ایک کے ٢ س برابر حصے ہوئے ہیں اور ویسے ٢ ج حصے لئے ہیں
اگر ایک مقدار کے ٢ س حصے کئے جاویں اور پھر اوسی مقدار کے س
برابر حصے کئے جاویں تو ہر ایک پہلا حصہ نسبت دوسرے حصے کے نصف ہوگا

اِسلئے پہلی قسم کے م ح حصّے لئے جاویں اور دوسری قسم کے ح حصّے تو ان حصّوں کی قیمت برابر ہوگی +

اِس باعث سے $\frac{\text{ح}}{\text{س}} = \frac{\text{م ح}}{\text{م س}}$ اِسیطرح یہہ بھی ثابت ہوسکتا ہے کہ $\frac{\text{ح}}{\text{س}} = \frac{\text{ن ح}}{\text{ن س}}$ اِس جاے مقدار ن کے بجاے جو عدد چاہو فرض کرو $\frac{\text{ن ح}}{\text{ن س}}$ میں ایک کے ن س برابر حصّے ہوئے ہیں اور $\frac{\text{ح}}{\text{س}}$ میں ایک کے س برابر حصّے ہوئے ہیں اِسلئے $\frac{\text{ن ح}}{\text{ن س}}$ کا ہر ایک حصّہ $\frac{\text{ح}}{\text{س}}$ کے ہر ایک حصّے کا $\frac{1}{\text{ن}}$ حصّہ ہوگا کیونکہ جب ایک ہی تعداد کسی بڑی تعداد پر قسمت کیجاوے اور وہی تعداد کسی چھوٹی تعداد پر قسمت کیجاوے تو پہلا خارج قسمت چھوٹا ہوگا بہ نسبت دوسرے خارج قسمت کے اِسلئے ایک کے ن س ویں حصّے کو ن ح گنا کیا $\frac{\text{ن ح}}{\text{ن س}}$ برابر ہوگا $\frac{\text{ح}}{\text{س}}$ کے +

دفعہ ۳۴ $\frac{\text{ن ح}}{\text{ن س}} = \frac{\text{ح}}{\text{س}}$ تو اِس سے یہہ قاعدہ نکلتا ہے کہ اگر ایک کسر کا شمارکنندہ اور نسب نما دونوں ایک ہی مقدار پر تقسیم کئے جاویں تو بھی کسر کی قیمت بدستور رہیگی +

امثال

(۱) $\frac{\text{ح}}{\text{س}} = \frac{\text{ح} \times \text{ط}}{\text{س} \times \text{ط}} = \frac{\text{ح ط}}{\text{س ط}}$

(۲) $\frac{\text{ح}}{\text{س}} = \frac{\text{ح} \times \text{ف ق}}{\text{س} \times \text{ف ق}} = \frac{\text{ح ف ق}}{\text{س ف ق}}$

(۳) $\frac{\text{ح} - \text{د}}{\text{د}} = \frac{\text{۲ح} - \text{۲د}}{\text{۲د}}$

(۴) $\frac{\text{ح} - \text{د}}{\text{د}} = \frac{\text{ح}^2 - \text{ح د}}{\text{ح د}}$

(۵) $\frac{\text{ا} - \text{د}}{\text{ا} + \text{د}} = \frac{\text{ر} - \text{د ر}}{\text{ر} + \text{د ر}}$

(۶) $\frac{\text{۳ح} - \text{س}}{\text{۲ح} - \text{۲س}} = \frac{\text{۳ح س} - \text{س}^2}{\text{۲ح س} - \text{۲س}^2}$

(۷) $\text{۳۴ح} = \frac{\text{۶۳ح}}{\text{۱}} = \frac{\text{[illegible]}}{\text{۲}}$

(۸) $\frac{\text{ح د} - \text{د}^2}{\text{۲ح د}} = \frac{\text{ح} - \text{د}}{\text{۲ح}}$

(۹) $\frac{\text{۲ح د} - \text{۲د}^2}{\text{۲ح د}} = \frac{\text{ح} - \text{د}}{\text{ح}}$

(۱۰) $\frac{\text{ح}^2 + \text{ح س}}{\text{ح}^2 - \text{ح س}} = \frac{\text{ح} + \text{س}}{\text{ح} - \text{س}}$

حاصل جمع ایسے $\frac{ح+ط}{س}$ کے ہو سکتے ہیں یعنی کہ ایک کے نسب نما برابر ہوں
کئی کسریں ہوں اور ویسی ح اور ط شمار کنندے لئے گئے ہیں اسیطرح سے $\frac{ح}{س}+\frac{ط}{س}+\frac{ف}{س}$
$=\frac{ح+ط+ف}{س}$ اور اسیطرح چار یا زیادہ کسور کو جمع کر سکتے ہیں +

دوم اگر کسور کے نسب نما مختلف ہوں تو بجائی ویسے کے ایسی کسور بنا
کہ اونکی قیمت میں فرق نہ ہو اور اونکے نسب نما یکساں ہوں بموجب دفعہ ۳۴
تبدیل ہو سکتا ہے.

مثلاً $\frac{ح}{س}$ اور $\frac{ط}{ع}$ ان کسورونکو جنکے نسب نما مختلف ہیں جمع کرو بموجب
دفعہ ۳۴ کے $\frac{ح}{س}=\frac{ح ع}{س ع}$ اور $\frac{ط}{ع}=\frac{س ط}{س ع}$ اس باعث سے $\frac{ح}{س}+\frac{ط}{ع}$
$=\frac{ح ع}{س ع}+\frac{س ط}{س ع}=\frac{ح ع+س ط}{س ع}$ بموجب پہلے قاعدے کے

$\frac{ح}{س}$، $\frac{ط}{ع}$، $\frac{ق}{ل}$ ان کسورونکو جمع کرو

$\frac{ح}{س}=\frac{ح ع ل}{س ع ل}$ اور $\frac{ط}{ع}=\frac{ط\times س ل}{ع\times س ل}=\frac{س ط ل}{س ع ل}$ چونکہ بموجب دفعہ کے
$ط\times س=س ط$ اور $ع\times س=س ع$ اور اسیطرح $\frac{ق}{ل}=\frac{س ع\times ق}{س ع\times ل}$
$=\frac{س ع ق}{س ع ل}$ اس باعث سے $\frac{ح}{س}+\frac{ط}{ع}+\frac{ق}{ل}=\frac{ح ع ل}{س ع ل}+\frac{س ط ل}{س ع ل}$
$+\frac{س ع ق}{س ع ل}=\frac{ح ع ل+س ط ل+س ع ق}{س ع ل}$ اسیطرح چار یا زیادہ
کسور کو جمع کر سکتے ہیں علم حساب میں جو قاعدہ جمع کسور کا لکھا ہے وہ
اسی مثال مندرجہ بالا سے نکلتا ہے +

قاعدہ

ہر ایک کسر کے شمار کنندہ کو اپنی نسب نما کو چھوڑ کر اور سب کے نسب نماؤں میں
ضرب دو تو ان حاصل ضربوں کا مجموعہ حاصل جمع مطلوب کا شمار کنندہ ہوگا

(۴) $\frac{۱۰}{۲}$ اور $\frac{۱۰}{۳}$ اور $\frac{۱۰}{۴}$ انکو جمع کرو

$\frac{۱۰}{۲} = \frac{۱۰\times۴\times۳}{۲\times۴\times۳} = \frac{۱۲۰}{۲۴}$ اور $\frac{۱۰}{۳} = \frac{۱۰\times۴\times۲}{۳\times۴\times۲} = \frac{۸۰}{۲۴}$ اور $\frac{۱۰}{۴}$

$= \frac{۱۰\times۳\times۲}{۴\times۳\times۲} = \frac{۶۰}{۲۴}$ ∴ حاصل جمع $= \frac{۱۲۰}{۲۴} + \frac{۸۰}{۲۴} + \frac{۶۰}{۲۴}$

$= \frac{۲۶۰}{۲۴}$

(۵)۔ $\frac{۱}{۱۰}$ اور $\frac{۱}{۲۰}$ اور $\frac{۱}{۳۰}$ انکو جمع کرو

$\frac{۱}{۱۰} = \frac{۱\times۲۰\times۳۰}{۱۰\times۲۰\times۳۰} = \frac{۶۰۰}{۶۰۰۰}$ اور $\frac{۱}{۲۰} = \frac{۱\times۱۰\times۳۰}{۲۰\times۱۰\times۳۰} = \frac{۳۰۰}{۶۰۰۰}$ اور

$\frac{۱}{۳۰} = \frac{۱\times۱۰\times۲۰}{۳۰\times۱۰\times۲۰} = \frac{۲۰۰}{۶۰۰۰}$ اسلئے حاصل جمع $= \frac{۶۰۰}{۶۰۰۰} + \frac{۳۰۰}{۶۰۰۰}$

$+ \frac{۲۰۰}{۶۰۰۰} = \frac{۱۱۰۰}{۶۰۰۰}$ اس کسر کا موجب دفعہ [illegible] کے $\frac{۱۱}{۶۰}$ [illegible]

ہوا بموجب قاعدہ جمع کے اس مثال کا جواب نکلا مگر ہم [illegible]
اس مثال کو اسطرح حل کرتے ہیں کہ ہر ایک کسر کے ۶۰ ذو اضعاف [illegible] لکھا
جائے کہ ہر ایک کسر کی قیمت میں کچھ فرق نہ پڑے مثلاً $\frac{۱}{۱۰} = \frac{۱\times۶}{۱۰\times۶} = \frac{۶}{۶۰}$
اور $\frac{۱}{۲۰} = \frac{۱\times۳}{۲۰\times۳} = \frac{۳}{۶۰}$ اور $\frac{۱}{۳۰} = \frac{۱\times۲}{۳۰\times۲} = \frac{۲}{۶۰}$ ∴ حاصل جمع $=$

$\frac{۶+۳+۲}{۶۰} = \frac{۱۱}{۶۰}$ یہی جواب پہلے بھی آیا تھا

کسروں کے نسب نما کا ذو اضعاف اقل ہر ایک کسر کے نسب نما پر پورا تقسیم ہو سکتا ہے
اسلئے خارج قسمتوں میں اپنی اپنی شمار کنندہ کو ضرب دو تو کسروں کے یکساں
نسب نما مختصر ہو جاوینگے +

امثال

$\frac{۱۰}{۲}$ اور [illegible] اور $\frac{۱۰}{۱۲}$ انکو جمع کرو

نسب نما کا ذو اضعاف اقل ۱۲ ہے جسمیں سے ۲، ۶ دفعہ جا سکتا ہے اور ۳

(شمر یا $\frac{ح}{س}$ کو ۲ ح میں ضرب دو

حاصلضرب = ۲ ح × $\frac{ح - د}{س}$ = $\frac{۲ ح^۲ - ۲ ح د}{س}$

کسر کو عدد صحیح پر تقسیم کرنیکا

قاعدہ

دفعہ ۳۴ اگر کسر کا شمار کنندہ عدد صحیح پر پورا تقسیم ہو جاوی تو خارج قسمت کے نئی کسر کا نسب نما لکہو یا کسر کے نسب نما کو عدد صحیح میں ضرب دیکر نیا نسب نما فرض کرو اور اوسکے اوپر کسر کا شمار کنندہ لکہو مثلاً $\frac{ح ط}{س} \div ط = \frac{ح}{س}$ اور $\frac{ح}{س} \div ط = \frac{ح}{س ط}$

چونکہ بموجب دفعہ ۳۰ کے ط گنا $\frac{ح}{س} = \frac{ح ط}{س}$ اسلئی یعنی $\frac{ح ط}{س} \div ط = \frac{ح}{س}$ اور چونکہ بموجب دفعہ ۳۳ کے $\frac{ح}{س} = \frac{ح ط}{س ط}$ اور بموجب دفعہ ۳۰ کے $\frac{ح ط}{س ط}$ = ط گنا $\frac{ح}{س ط}$ اس باعث سے $\frac{ح}{س}$ بہی = ط گنا $\frac{ح}{س ط}$ اور $\frac{ح}{س}$ نسبۃً $\frac{ح}{س ط}$ کہ ط گنا بڑا ہے اسلئی $\frac{ح}{س ط}$ کا ط واں حصہ یا $\frac{ح}{س} \div ط$ = $\frac{ح}{س ط}$ ٭

امثال

(۱) $\frac{۲ ح}{س}$ کو ۲ پر تقسیم کرو جواب $\frac{ح}{س}$ کیونکہ ۲ ح ÷ ۲ = ح

(۲) $\frac{م ح د}{س}$ کو م پر تقسیم کرو چونکہ م ح د ÷ م = ح د ∴ خارج قسمت = $\frac{ح د}{س}$

(۳) $\frac{۲ ح - ۲ د}{ح + د}$ کو ۲ پر تقسیم کرو چونکہ شمار کنندہ ۲ ح - ۲ د ÷ ۲ = ح - د

∴ خارج قسمت = $\frac{ح - د}{ح + د}$

(۴) ۲ح س/ط — ۲ح/ط کو ۲ح پر تقسیم کرو

چونکہ ۲ح س — ۲ح ÷ ۲ح = س — ح ∴ خارج قسمت = س — ح/ط

ایک کسر کو دوسری کسر میں ضرب دینے کا

قاعدہ

دفعہ ۳۹ شمار کنندہ کو شمار کنندہ میں ضرب دو اور نسب نما کو نسب نما میں

مثلاً ح/س × ط/ع = ح ط/س ع

اسکی یہہ معنی ہیں کہ ط/ع کو ح/س دفعہ جوڑنا سے ط/ع کو ح/س میں ضرب دینا ہوا اگر موجب دفعہ ۳۲ کے ح/س کے معنی ح کا س واں حصہ سے اور ط/ع کو ح دفعہ جمع نہیں کرنا ہی بلکہ اوسکو ح کے س ویں حصہ دفعہ جوڑنا سے اس باعث ح ط/ع کا س واں حصہ یعنی ح ط/ع ÷ س = ح ط/س ع

بموجب دفعہ ۳۰ کے ∴ ح/س × ط/ع = ح ط/س ع

چونکہ ح/س × ط/ع = ح ط/س ع

∴ ح/س × ط/ع × ق/ل = ح ط/س ع × ق/ل = ح ط ق/س ع ل

اسطرحسی چار یا زیادہ کسرونکا حاصل ضرب نکل سکتا ہے ۔

امثال

(۱) ۲/ح کو س/ط میں ضرب دو جواب ۲ س/ح ط

(۲) ح — د کو ۲/د میں ضرب دو ۲/د × ح — د = ۲ح — ۲د/د

(۳) ۲ح/۳ کو س/د میں ضرب دو ۲ح/۳ × س/د = ۲ح × س/۳ × د = ۲ح س/۳ د

(۴) $\frac{ب د}{ح}$ کو $\frac{ا}{ج}$ میں ضرب دو حاصلضرب = $\frac{ب د \times ا}{ح \times ج}$ = $\frac{ا ب د}{ج ح}$

(۵) $\frac{۳ ج س}{۲ د ر}$ کو $\frac{۲ ا ج س}{۵ د ر}$ میں ضرب دو حاصلضرب = $\frac{۳ ج س \times ۲ ا ج س}{۲ د ر \times ۵ د ر}$ = $\frac{۶ ا ج^2 س^2}{۱۰ د^2 ر^2}$

پانچویں مثال کے جواب میں جو کسر لکھی ہے اوسکا اختصار نہیں ہوا ہے
کیونکہ اوسکا شمارکنندہ اور نسب‌نما دونوں ۲ پر پوری تقسیم ہو سکتی ہیں ضرب
دینے کے پیشتر یہہ دیکھنا چاہئے تہا کہ حاصلضرب مطلوب کے شمارکنندہ اور
نسب‌نما دونوں میں ۲ سر مشترک ہے اس باعث سے اوسے چھوڑ دینا تہا
کیونکہ کسر کے شمارکنندہ و نسب‌نما ایک ہی مقدار پر قسمت کرنے سے کسر کی
قیمت میں فرق نہیں پڑتا اسیطرح اگر حاصلضرب مطلوب کے شمارکنندہ و نسب‌نما
ایک سے زیادہ اجزا یکساں موجود ہیں تو اونکو شمارکنندہ اور نسب‌نما دونوں سے
نکال ڈالتے ہیں اس سے حاصلضرب کا اختصار ہوجاتا ہے +

امثال

(۶) $\frac{۲ ب}{۳}$ کو $\frac{۳ د}{۵}$ میں ضرب دو
$\frac{۲ ب}{۳} \times \frac{۳ د}{۵}$ = $\frac{۲ ب د}{۵}$ حاصلضرب کے شمارکنندہ و نسب‌نما دونو میں
جز ۳ مشترک ہے اسلئے اوسے نکال ڈالا +

(۷) $\frac{۴ د}{۵}$ کو $\frac{۵ د}{۴}$ میں ضرب دو
حاصلضرب = $\frac{۴ د \times ۵ د}{۵ \times ۴}$ اسکے شمارکنندہ و نسب‌نما دونوں میں ۴ اور ۵ اجزا
مشترک ہیں اس باعث اونکو نکال ڈالا تو شمارکنندہ = د × د = $د^2$ اور نسب‌نما
= ۱ × ۱ = ۱ اور حاصلضرب = $\frac{د^2}{۱}$ یا $د^2$ مگر اس حاصلضرب کو ایک ہی بر دیکھکر
نکال لینا چاہئے مثلاً $\frac{۴ د}{۵} \times \frac{۵ د}{۴}$ = $د^2$

(۸) $\frac{۲ د - ۵}{۴}$ کو ۴ میں ضرب دو

اِس سوال کو دیکھتے ہی معلوم ہوتا ہے کہ حاصلضرب ۲ د — ۵ ہے کیونکہ کسی ایک چیز یا مقدار کے چہارم حصے کو چوگنا کرو تو حاصلضرب اوس کل چیز یا مقدار کے برابر ہوگا

(۹) $\frac{۲ د - ۵}{۴}$ کو ۸ میں ضرب دو

اِس سوال میں ۲ د — ۵ مقدار ۴ پر پوری تقسیم ہے اور مقدار مذکورہ میں ضرب دی گئی ہے اِسلئے بجائے ۴ پر تقسیم کرنے اور ۸ میں ضرب دینے کے ۲ د — ۵ کو ۲ میں ضرب دیا تو حاصلضرب ۴ د — ۱۰ ہوا +

(۱۰) $\frac{۲ د - ۵}{۱۶}$ کو ۸۰ میں ضرب دو

$\frac{۸۰}{۱۶}$ = ۵ ∴ حاصلضرب = ۵ گنا (۲ د — ۵) یا ۱۰ د — ۲۵

(۱۱) $\frac{ح + س}{ح}$ کو $\frac{ح - س}{ح}$ میں ضرب دو

حاصلضرب = $\frac{ح + س}{ح} \times \frac{ح - س}{ح س}$ اور ح + س کو ح — س میں ضرب دیا تو ح^۲ — س^۲ ہوا اس باعث سے حاصلضرب = $\frac{ح^۲ - س^۲}{ح^۲ س}$

ایک کسر کو دوسری کسر پر تقسیم کرنیکا

قاعدہ

دفعہ ۳۴ اگر مقسوم علیہ کسر ہو تو اوسکو اولٹ دو یعنی اوسکے شمار کنندہ کی بجای نسب نما کو لکھو اور نسب نما کے بجای شمار کنندہ کو لکھو پھر بموجب قاعدہ ضرب کسور کے دونوں کسروں کو ضرب کرو

مثلاً $\frac{ح}{س} \div \frac{ع}{ط} = \frac{ح}{س} \times \frac{ط}{ع} = \frac{ح ط}{س ع}$

(۶) $\frac{ح^2 - د^2}{ح\, د}$ کو $\frac{ح+د}{ح}$ پر تقسیم کرو

$\frac{ح^2-د^2}{ح\, د} \div \frac{ح+د}{ح} = \frac{ح^2-د^2}{ح\, د} \times \frac{ح}{ح+د} = \frac{ح-د}{د}$

(۷) $\frac{1+د^2+2د}{3د}$ کو $\frac{1+د}{2د}$ پر تقسیم کرو

خارج قسمت $= \frac{1+د^2+2د}{3د} \times \frac{2د}{1+د} = \frac{1+د}{3} \times \frac{1+د}{د} \times \frac{2د}{1+د} = \frac{1+د}{3} \times 2 = \frac{2+2د}{3}$

سوالات ۱۰

(۱) $\frac{د}{4}$ کو ۳ میں ضرب دو

(۲) $\frac{3د}{2}$ کو $\frac{3}{4}$ میں ضرب دو

(۳) $\frac{5}{4}$ کو ۲ میں ضرب دو

(۴) $\frac{3}{د}$ کو ۶ میں ضرب دو

(۵) $\frac{ح-د}{2}$ کو ۴ میں ضرب دو

(۶) $\frac{7د}{15}$ کو ۶۰ میں ضرب دو

(۷) $\frac{2د}{21}$ کو ۴۲ میں ضرب دو

(۸) $\frac{3د-5}{4}$ کو ۶ میں ضرب دو

(۹) $\frac{12+9د}{16}$ کو ۸۰ میں ضرب دو

(۱۰) $\frac{4-7د}{\frac{4}{2}}$ کو ۹ میں ضرب دو

(۱۱) $\frac{14+6د}{\frac{1}{4}}$ کو ۱۵ میں ضرب دو

(۱۲) $\frac{2د-1}{\frac{2}{4}}$ کو ۱۵ میں ضرب دو

(۱۳) $\frac{3د+4}{\frac{5}{2}}$ کو ۱۱ میں ضرب دو

(۱۴) $\frac{د-\frac{2}{3}}{\frac{2}{2}}$ کو ۶ میں ضرب دو

(۱۵) $\frac{\frac{1}{2}-\frac{1}{4}د}{\frac{2}{2}}$ کو ۱۰ میں ضرب دو

(۱۶) $\frac{3د}{4}$ کو $\frac{1}{4}$ میں ضرب دو

(۱۷) $\frac{3د}{4}$ کو $\frac{2د}{3}$ میں ضرب دو

(۱۸) $\frac{4-3د}{4}$ کو $\frac{4}{5}$ میں ضرب دو

(۱۹) $\frac{1}{2د}$ کو $\frac{2}{د}$ میں ضرب دو

(۲۰) $\frac{د}{ر} + \frac{ر}{د}$ کو $د - \frac{1}{در}$ میں ضرب دو

(۲۱) $\frac{5د}{2}$ کو ۵ پر تقسیم کرو

(۲۲) $\frac{3د}{4}$ کو ۵ پر تقسیم کرو

(۲۳) $\frac{3د}{4}$ کو ۶ پر تقسیم کرو

(۲۴) $\frac{21ح\, د}{4ر}$ کو ۷ پر تقسیم کرو

(۲۵) $\frac{۲م^۲ ن^۲}{ع}$ کو ۲ن پر تقسیم کرو

(۲۶) $\frac{۲د-۳د ر}{ر}$ کو ۲د پر تقسیم کرو

(۲۷) $\frac{۳ح+۶ح ر}{۳}$ کو ۳ح پر تقسیم کرو

(۲۸) $\frac{۵ د ر}{ص^۲}$ کو $\frac{۲د}{ر}$ پر تقسیم کرو

(۲۹) $\frac{ح^۲ س^۲ ۵}{۳ف}$ کو $\frac{ح س}{ف}$ پر تقسیم کرو

(۳۰) $-\frac{ح^۲ د ر}{۲س ر^۲}$ کو $-\frac{ح^۲ ر}{۴د}$ پر تقسیم کرو

(۳۱) $د+\frac{۱}{د}$ کو $د+\frac{۱}{د}$ میں ضرب دو

(۳۲) $\frac{د}{ر}+د$ کو $\frac{ر}{د}+\frac{۱}{د}$ میں ضرب دو

(۳۳) $\frac{۱}{۱+د}+\frac{۱}{۱-د}$ کو $\frac{۱}{۲}$ میں ضرب دو

(۳۴) $۱-\frac{۲ح}{۱+ح}$ کو $۱+\frac{۲ح}{۱-ح}$ میں ضرب دو

(۳۵) $\frac{۱}{۲}+\frac{م-۳}{۲}$ کو $\frac{۱}{۳}+\frac{م-۲}{۳}$ میں ضرب دو

(۳۶) $\frac{س}{ح}+\frac{۱}{۲}\times\frac{س}{ح}$ کو $\frac{س}{ح}-\frac{۱}{۲}+\frac{ح}{س}$

میں ضرب دو۔

(۳۷) $\frac{ح^۲-ح د}{س^۲}$ کو $\frac{س^۲}{ح-د}$ میں ضرب دو

(۳۸) $\frac{ح^۲+ح د+د^۲}{ح^۲-ح د+د^۲}$ کو $\frac{ح-د}{ح+د}$ میں ضرب دو

(۳۹) $۲+\frac{۱}{۲}$ کو $۱-\frac{۲}{د}$ پر تقسیم کرو

(۴۰) $\frac{۲-د}{ر}$ کو $\frac{د}{۱-د}$ پر تقسیم کرو

(۴۱) $\frac{س-۳ح}{۲ح س}$ کو $\frac{۲ح-س}{۳ح^۲}$ پر تقسیم کرو

(۴۲) ۱ کو $۱+\frac{د}{۳-د}$ پر تقسیم کرو

(۴۳) $\frac{۱}{۲}$ کو $\frac{۱}{۲}-\frac{د}{۲}$ پر تقسیم کرو

(۴۴) $\frac{۱}{۱+د}$ کو $۱-\frac{۱}{۱+د}$ پر تقسیم کرو

(۴۵) ح س کو $\frac{س^۲}{ح-د}$ پر تقسیم کرو

(۴۶) $\frac{ح^۲-د^۲}{ح^۲+د^۲}$ کو $\frac{ح-د}{ح+د}$ پر تقسیم کرو

[illegible] جب کئی حرف ایک مقدار کے لئے فرض کیا جاتا ہے اور وہ سب
[illegible] ہوتے ہیں [illegible] اور ان حروف کے ساتھ لکھتے ہیں
[illegible] کی ایک مقدار مرکب کو یا دو یا زیادہ اجزای مفرد [illegible] کی
[illegible] ایک کل مقدار فرض کرتے ہیں اور انکو ( ) { } [ ] ایسے
[illegible] خطوط وحدانی [illegible] لگاتے ہیں اور اس مقدار کل پر عمل کرنا منظور ہوتا ہے اسکی
[illegible] خطوط وحدانی کے ساتھ لکھ دیتے ہیں اور خطوط وحدانی سے ایک ہی مراد ہے
مثلاً [illegible] (س — ط) اسکے یہ معنی ہیں کہ س — ط کو ح میں جمع کرنا ہے
[illegible] (س — ط) اسکے یہ معنی ہیں کہ س — ط کو ح میں سے تفریق کرنا ہے
[illegible] (س — ط) اس سے س — ط کو ح میں ضرب دینا مراد ہے (س — ط)
سے س — ط کا مجذور کرنا مراد ہے
√(س — ط) سے س — ط کا جذر نکالنا مراد ہے
(ح س) سے ح اور س کے مجذوروں کا حاصل ضرب مراد ہے
خطوط وحدانی کے مٹانے سے مقدار کی مراد پلٹ جاتی ہے مثلاً س — ط کو
ح میں ضرب دینا ہے تو ح × (س — ط) لکھینگے اگر خطوط وحدانی
نہ لکھے جاویں مثلاً ح × س — ط تو یہہ برابر ہے ح س — ط کے اور
ح × (س — ط) برابر ہے ح س — ح ط کے اسیطرح س — ط کا مجذور
لکھنا ہو تو (س — ط) لکھینگے اور اگر وہی خطوط وحدانی کو نہ لکھیں مثلاً س — ط
تو اسکے معنی ہونگے کہ س میں سے ط کا مجذور تفریق کرنا ہے اور (س — ط)
اسکے معنی ہونگے کہ س — ط کل مقدار مرکب کا مجذور کرنا ہے اور وہ

ح — س ط + ل کے برابر ہے +

دفعہ ۲۴۳ بجای ( ) ایسی خطوط وحدانی کے کل مقدار مرکب یا او سکے اجزای مضروب پر فقط ایک ایسا سیدہا خط کہینچ دیتی ہیں مثلاً

ح — س — ط اسکے وہی معنی ہوئی جو ح — (س — ط) کے ہیں

√ س — ط اسکے وہی معنی ہوئی جو √(س — ط) کے ہیں

س — ط ۲ کے وہی معنی ہوئی جو (س — ط)۲ کے ہیں اور یہہ بہی یاد رکہو کہ کسر کے شمار کنندہ اور نسب نما دونوں کے درمیان جو خط سیدہا پڑا رہتا ہے اوسے شمار کنندہ اور نسب نما دونوںکا خط وحدانی سمجہنا چاہئے

مثلاً س — ط / ح اس سے جو مراد ہے وہی س — ط ÷ ح یا (س — ط) ÷ ح سے مراد ہے اور ح — س / ط — ع اس سی جو مراد ہے وہی ح — س ÷ ط — ع یا (ح — س) ÷ (ط — ع) سے بہی مراد ہے +

دفعہ ۲۴۴ خطوط وحدانی کے ساتہہ جس عمل کی علامت لکہی ہو اوس عمل کے پوری ہوجانے کے بعد خطوط وحدانی کو دور کرو مثلاً

ح + [س — ط] اس مثال میں خطوط وحدانی فقط اس مراد سے لکہا گیا ہے کہ س — ط کل مقدار مرکب کو ح میں جمع کرنا ہے اسلئے جمع کے عمل کی علامت خط وحدانی کے داہنی طرف لکہی ہے اور جب دونوں مقادیر جمع ہوجاویں تب خطوط وحدانی کا رکہنا کچہہ ضرور نہیں ہے اسیطرح

ح — (س — ط) اسمیں خط وحدانی کے داہنی طرف جو علامت واقع ہے اوس سی مراد ہے کہ س — ط کل مقدار کو ح میں سے تفریق کرنا ہے

اور بعد تفریق کرنے کے خط وحدانی کو مٹا دو

۱۴۹ دفعہ کی پہلی مثال

بموجب دفعہ ۱۵ کے س ب — ط اور ح انکو جمع کرنا چاہو کہ انکو مع انکی
علامات کے ایک سیدہ میں لکھو مثلاً ح + س ب — ط

پہلا قاعدہ

اسلئے بموجب واسطے جمع کے خط وحدانی آتا ہے یعنی اوسکے اندر ظرف +
علامات جمع ہوتی ہے تو خط وحدانی نکالنے کی کچھ احتیاج نہیں ہے

۱۴۱ دفعہ کی دوسری مثال

بموجب دفعہ ۱۰ کے جب ایک مقدار کو دوسری مقدار میں سے تفریق کرتے
ہیں تب جس مقدار کو گھٹاتے ہیں اوسکے ہر حصہ مفرد کی علامات بدل
دیتے ہیں یعنی + کی جگہ — لکھ دیتے ہیں اور — کی جگہ + لکھ دیتے ہیں
اور پھر بموجب قاعدہ جمع کے جمع کرتے ہیں مثلاً ۱۴۶ دفعہ میں ح
میں سے گھٹانا ہو تو چاہیئے کہ — س + ط لکھکر اسکی
ح میں جمع کریگے پس اسکا حاصل جمع ح — س + ط ہوا

دوسرا قاعدہ

اسلئے بموجب دفعہ ۱۵ کے جب خط وحدانی کے پہلے علامت — ہو تو
خط وحدانی کے تلے جو علامات ہوں انکو بدل دو یعنی + کی جگہ — لکھو
اور — کی جگہ + لکھو بعد اوسکے خط وحدانی کو مٹا ڈالو
جس قاعدہ کی مثال ۱۴۵ دفعہ میں ... ہے ... یعنی

اگر ۷ میں سے ۳ تفریق کر کر باقی کو ۸ میں سے تفریق کرنا ہی تو ۸ — ۴ = ۴
اور ۸ — ۳ = ۵ یہی جواب ہوا

اگر خطوط وحدانی نہ کھینچی جاویں اور مثال مذکورہ ۸ — ۶ — ۳ اسطرح پر
لکھی جاوے تو اسکے یہہ معنی ہونگے کہ ۸ میں سے ۶ تفریق کرکے
باقی تفریق میں سے ۳ تفریق کرو اسکا — ۱ جواب ہوگا اسلیے خطوط
وحدانی کے مٹانے کے پیشتر اسکے اندر جو مقادیر ہوتے ہیں انکی علامت
بدل دیتے ہیں مثلاً ۸ — (۶ — ۳) = ۸ — ۶ + ۳ = ۵ مگر جب ضرب
تقسیم اور صعود ونزول انمیں سے کسی عمل کی علامت خطوط وحدانی
سے پہلے لگی ہوا اور جب تک وہ عمل پورا نہو تب تک خطوط وحدانی کو نہ مٹاو
خطوط وحدانی سے کبھی دو معنی بھی نکلتے ہیں مثلاً ع — (ح — س)۲ یا
ع — (ح — س)۲ یہاں خطوط وحدانی سے ایک یہہ معنی نکلا کہ ح — س
کا مجذور کرنا ہے اور دوسری یہہ کہ جب اوسکا مجذور کر چکیں تب بھی
تو اوس مجذور کی کل مقادیر مفردہ کو ع میں سے تفریق کرنا ہے جب
دونوں عمل پوری ہو جاویں تب خطوط وحدانی کو مٹا دو ✦

امثال

(۱) ح + (ح — س) اسکا اختصار کرو

ح + (ح — س) = ح + ح — س بموجب قاعدہ پہلے کے

= ۲ح — س

(٢) ح + س + (ح − س) اسکا اختصار کرو

ح + س + (ح − س) = ح + س + ح − س بموجب قاعدے پہلی کے

= ٢ ح

(٣) ح − (ح − س) اسکا اختصار کرو

ح − (ح − س) = ح − ح + س بموجب دوسری قاعدے کے

= س

(٤) ح + س − (ح − س) اسکا اختصار کرو

ح + س − (ح − س) = ح + س − ح + س بموجب دوسری قاعدے کے

= ٢ س

(٥) $\text{ح ط} - \overline{\text{ح} - \text{س}} \times \text{ط}$ کا اختصار کرو

$\text{ح ط} - \overline{\text{ح} - \text{س}} \times \text{ط} = \text{ح ط} - \overline{\text{ح ط} - \text{س ط}}$

= ح ط − ح ط + س ط بموجب دوسری قاعدے کے

= س ط

(٦) $\frac{\text{ح}}{\text{س}} - \frac{\text{ح} - \text{س}}{\text{س}}$ اسکا اختصار کرو

$\frac{\text{ح}}{\text{س}} - \frac{\text{ح} - \text{س}}{\text{س}} = \frac{\text{ح} - \overline{\text{ح} - \text{س}}}{\text{س}}$ بموجب دفعہ ٣٦ کے

$= \frac{\text{ح} - \text{ح} + \text{س}}{\text{س}}$

$= \frac{\text{س}}{\text{س}}$

= ١

(۷) $۱ + \frac{ج+د}{ج-د}$ اسکا اختصار کرو

$۱ + \frac{ج+د}{ج-د} = \frac{ج-د}{ج-د} + \frac{ج+د}{ج-د}$

$= \frac{ج-د+ج+د}{ج-د}$ بموجب دفعہ ۳۵ کے

$= \frac{۲ج}{ج-د}$

(۸) $۱ - \frac{ج-د}{ج+د}$ اسکا اختصار کرو

$۱ - \frac{ج-د}{ج+د} = \frac{ج+د}{ج+د} - \frac{ج-د}{ج+د}$

$= \frac{ج+د - \overline{ج-د}}{ج+د}$ بموجب دفعہ ۳۶ کے

$= \frac{ج+د-ج+د}{ج+د}$ بموجب دوسری قاعدہ کے

$= \frac{۲د}{ج+د}$

(۹) $ج - \frac{ج-س}{۲}$ کو ۲ میں ضرب دو

$۲ \times \left(ج - \frac{ج-س}{۲}\right) = ۲ج - ۲ \times \frac{ج-س}{۲}$ یہی حاصلضرب ہوا

$= ۲ج - \frac{ج-س}{۱}$

$= ۲ج - \overline{ج-س}$

$= ۲ج - ج + س$ دوسری قاعدہ کے موافق

$= ج + س$

(۱۰) $\frac{۳د}{۲} - \frac{د-۶}{۵}$ کو ۱۰ میں ضرب دو

حاصلضرب $= ۱۰ \times \frac{۳د}{۲} - ۱۰ \times \frac{د-۶}{۵}$ دفعہ ۱۲ کے موافق

$= \frac{۱۰\text{د}}{۲} - \frac{۱۰(\text{د}-۶)}{۵}$ دفعہ ۳۷ کے موافق

$= ۵\text{د} - ۲(\text{د}-۶)$

$= ۵\text{د} - (۲\text{د}-۱۲)$

$= ۵\text{د} - ۲\text{د} + ۱۲$ بموجب دوسری قاعدی کے

$= ۳\text{د} + ۱۲$

(۱۱) $(\text{ح}+\text{س})^۲ - (\text{ح}-\text{س})^۲$ اسکا اختصار کرو

$(\text{ح}+\text{س})^۲ - (\text{ح}-\text{س})^۲ = (\text{ح}^۲ + ۲\text{ح}\text{س} + \text{س}^۲) - (\text{ح}^۲ - ۲\text{ح}\text{س} + \text{س}^۲)$

$= \text{ح}^۲ + ۲\text{ح}\text{س} + \text{س}^۲ - \text{ح}^۲ + ۲\text{ح}\text{س} - \text{س}^۲$

پہلی اور دوسری قاعدی کے موافق $= ۴\text{ح}\text{س}$

(۱۲) $\frac{\text{ح}^۲ - (\text{س}-\text{ط})^۲}{(\text{ح}+\text{س})^۲ - \text{ط}^۲}$ اسکا اختصار کرو

شمار کنندہ $= (\text{ح}+\overline{\text{س}-\text{ط}})(\text{ح}-\overline{\text{س}-\text{ط}})$

$= (\text{ح}+\text{س}-\text{ط})(\text{ح}-\text{س}+\text{ط})$

نسب نما $= (\overline{\text{ح}+\text{س}}+\text{ط})(\overline{\text{ح}+\text{س}}-\text{ط})$

$= (\text{ح}+\text{س}+\text{ط})(\text{ح}+\text{س}-\text{ط})$

کسر $= \frac{(\text{ح}+\text{س}-\text{ط})(\text{ح}-\text{س}+\text{ط})}{(\text{ح}+\text{س}+\text{ط})(\text{ح}+\text{س}-\text{ط})} = \frac{\text{ح}-\text{س}+\text{ط}}{\text{ح}+\text{س}+\text{ط}}$

جبکہ ایک حرف یا عدد اور خطوط وحدانی کے بیچ کوئی علامت نہو تو سمجھو کہ اونکے بیچ × یہہ علامت محذوف ہی اور خطوط وحدانی کے اندر کی

ہر ایک مقدار مفردہ اوس حرف یا عدد میں ضرب دی جاویگی مثلاً ۳ (ح + د)
وس ہی ح اور د کا حاصلجمع ۳ گنا سمجھو ۳ (ح + س − ط)
اسمیں یہہ سمجھو کہ ح اور س کے حاصلجمع میں سے ط کو گھٹا کر
جو باقی رہی ۳ گنی ہی +

۵ (ح/س + ع/ط) اسکے یہہ معنی ہوئی کہ ح/س اور ع/ط ان دو کسروں کا حاصلجمع
۵ گنا ہے +

اسیطرح (ح + س) (ط + ع) اسکے یہہ معنی ہوئی کہ ح + ط میں
ط + ع کو ضرب دینا ہے +

(۱۱) سوالات

(۱) ح س + ح (ط − س)	اسکا اختصار کرو
(۲) ۳ (ا − د) + ۳ د	ایضاً
(۳) ۲ (ح + د) − ۲ (ح − د)	ایضاً
(۴) ۲ (ح + س) (ح − س)	ایضاً
(۵) ۵ (ا − د) + (ا + ۵ د) × ۲	ایضاً
(۶) (ح − د)/۲ − (د − ۲ ح)/۳	ایضاً
(۷) ½ (ح + س) − ½ (ح − س)	ایضاً
(۸) (ح + د) د + (س − د) د	ایضاً
(۹) ۲ − (۳ − ۵ + د)	ایضاً
(۱۰) ا − (ا − ا − د)	ایضاً

بھی کچھ شک نہیں ہے کسواسطے کہ ہمکو بخوبی معلوم ہی کہ بجای د کے جا ہو سو مقدار فرض کرو مگر مقدار ۲ د + ۳ د بیشک برابر ہوگی مقدار ۵ د کے اسمیں کچھ شک نہیں ہے تو ایسی مساوات کو

مساوات متشابہ یا معادلہ متشابہ کہتی ہیں

اگر ہم کہیں کہ د + ۴ = ۶ یا ۲ (۱ + د) = ۷ تو ایسی مساوات میں مقدار د کے بجای معین عدد فرض کرنے سے مساوات میں فرق نہیں آسکتا اور ایسے مساوات کو **مساوات** یا معادلہ کہتی ہیں اور ایسی مساوات میں مقدار د مجہول کی قیمت جس عمل سے دریافت ہوتی ہے اوسکو **حل کرنا** بولتی ہیں اور جب مقدار مجہول کی قیمت کو بجای اوس مقدار کے لکھکر مساوات کی صداقت دکھلاتے ہیں تو اس عمل کو **مقابلہ کرنا** کہتی ہیں

د + ۴ = ۶ اس مساوات میں د کی قیمت بتلاؤ

اس مساوات میں ہم دیکھتی ہیں کہ د کو ۴ میں جمع کیا تو ۶ حاصل جمع ہوتا ہے اس باعث سے ضرور د = ۲

۲ (۱ + د) = ۱۴ اس مساوات میں د کی قیمت دریافت کرو

اس سوال میں ہم دیکھتی ہیں کہ دوگنا (۱ + د) برابر ہے ۱۴ کے اس باعث سے مقدار ۱ + د ضرور برابر ہوگی ۷ کے اور فقط د برابر ہوگی ۶ کے اسطرح کے سوالوں میں مقدار مجہول کی قیمت کا نکالنا مشکل نہیں ہے مگر بیشمار سوالات نظر آتے ہیں کہ ان میں مقدار مجہول الجھی رہتی ہی ایسی سوالوں کو

مقدار مجہول کی قیمت دریافت کرنیکے لیے جبر مقابلہ کا کام پڑتا ہے
اس مراد سے چند قاعدے لکھتے ہیں اور اونکی صداقت علوم متعارفہ ذیل سے پائی جاتی ہے

علوم متعارفہ

اگر مقادیر مساوی پر یکساں عمل کیے جاویں تو اونکے حاصل بھی مساوی ہونگے

پہلا قاعدہ

دفعہ ۵۴ اگر = اس علامت کے دونوں طرف ایک ہی مقدار ہو
اور اونکی علامت بھی یکساں ہوں مثلاً دونوں کی علامت + ہو یا − ہو
تو ایسی مقدار کو دونوں طرف سے دور کردو اور اسکو عمل ترفیع کہتے ہیں اور
لفظ ترفیع کے معنی ہیں دور کرنا — اور یہہ ظاہر ہے کہ اگر برابر برابر مقادیر میں سے
برابر مقادیر گھٹائی جاویں تو باقی مقادیر بھی برابر رہینگی مثلاً د + ۴ = ۲ + ۴
تو = اس علامت کے دونوں طرف ۴ عدد یکساں ہے
اور اوسکی علامت بھی دونوں طرف + ہے اوسے خارج کیا تو د = ۲

دوسرا قاعدہ

دفعہ ۵۵ مساوات میں جب کسی مقدار مفرد کو ایک طرف سے دوسری طرف
لے جاؤ تو اوسکی علامت بدل دو یعنی اگر اوسکی علامت + ہو تو بجائے
اوسکے − رکھو اگر − ہو تو + رکھو اسے عمل انتقال بولتے ہیں
مثلاً ج د + س = ط د + ف اس مساوات کی دونوں طرف کی
مقادیر مساوی میں سے ط د گھٹایا تو حاصل تفریق بھی مساوی ہونگے یعنی

ج د − ط د + س = ط د − ط د + ف

∴ ح د − ط د + س = ف ∴ ط د − ط د =

اسطرحسے = علامت کی ایک طرفسے ط د کو اوسکی علامت بدل کر دوسری طرف رکھدیا پھر ہرایک طرف سے س کو گھٹایا تو

ح د − ط د + س − س = ف − س

یا ح د − ط د = ف − س ∴ س − س =

یعنی مقدار س کو ایک طرفسے لیکر دوسری طرف مین اوسکی علامت بدل کر رکھدیا

مثال

(۱) د + ۲ = ۶ − د اس مساوات کی ایک جملہ میں حرف لکھو دوسری میں عدد تو بجای − د کے + د لکھا اور بجای + ۲ کے − ۲

∴ د + د = ۶ − ۲

(۲) ۴ د − ۶ = ۳ د − ۲ د + ۱۲ اس مساوات کی ایک جملے مین حرف لکھدو اور دوسری مین عدد ۴ د − ۳ د + ۲ د = ۱۲ + ۶

تیسرا قاعدہ

دفعہ ۴ اگر مساوات کی ہرایک مقدار مفرد کو ایک ہی مقدار میں ضرب دیں تو بھی مساوات بنی رہیگی کیونکہ یہہ ظاہر ہی کہ جب ہم ہرایک مقدار مفرد کو ایک ہی مقدار میں ضرب دیتے ہیں تو ہرایک جملہ کی کل مقدار کی مقدار مذکورہ میں ضرب ہوجاتی ہے اس سبب سے حاصلضرب برابر ہونگے اس قاعدے سے اگر مساوات میں کسر ہوں تو اونکے نسب دور ہو سکتے ہیں اور اسے عمل اخراج کسر کہتے ہیں مثلاً د − ۶ = $\frac{۵}{۴}$ اس مساوات

ہر ایک مقدار مفرد کو ۳ میں ضرب دیا تو ۲۱ د — ۱۸ = ۵ د

کیونکہ ۳ × $\frac{۵ د}{۳}$ = ۵ د

اِس مساوات میں جو کسر ہیں اونکے نسبنما وں کو ۶ + $\frac{د}{۲}$ = ۵ + $\frac{د}{۲}$
دور کرو اِس مساوات کی ہر ایک مقدار مفرد کو ۲ میں ضرب دیا تو د + ۱۰ = ۱۲ + $\frac{۲ د}{۳}$ اِس مساوات میں اب ایک کسر باقی رہگئی اِسلئے اوسکی
ہر ایک مقدار مفرد کو کسر کے نسبنما ۳ میں ضرب دیا تو ۳ د + ۳۰ = ۲ د + ۳۶ اِس مساوات میں اب کوئی کسر نہیں اِسیطرح اگر دو سے زیادہ کسور
ہوں تو اونکے بھی نسبنما درجہ بدرجہ دور ہوسکتے ہیں مگر جو کسر ہونکے
نسبنما ؤنکی مقادیر بڑی ہوں تو اون سب کی حاصلضرب میں مساوات کی
ہر ایک مقدار مفردہ کو ضرب دو مثلاً $\frac{د}{۲}$ + ۵ = $\frac{د}{۳}$ + ۶ اِس مساوات کے
ہر ایک مقدار مفردہ کو ۲ × ۳ یعنی ۶ میں ضرب دیا تو ۳ د + ۳۰ = ۲ د
+ ۳۶ کیونکہ ۶ × $\frac{د}{۲}$ = ۳ د اور ۶ × $\frac{د}{۳}$ = ۲ د اِسیطرح جو
$\frac{د}{۲}$ — $\frac{۲ د}{۳}$ + $\frac{د}{۵}$ = ۶ اِس مساوات کی ہر ایک مقدار مفرد کو ۲ × ۳ × ۵
یعنی ۳۰ میں ضرب دیا تو ۱۵ د — ۲۰ د + ۶ د = ۱۸۰
کیونکہ ۳۰ × $\frac{د}{۲}$ = ۱۵ د اور ۳۰ × $\frac{۲ د}{۳}$ = ۲۰ د اور ۳۰ × $\frac{د}{۵}$ = ۶ د
مگر سب کسر و نکے نسبنما ؤنکے حاصلضرب سے ضرب کرنیکی بجائے اگر اونکے
ذو اضعاف اقل یعنی اوس چھوٹی مقدار سے جو ہر ایک نسبنما پر پوری تقسیم ہو
ضرب کیا جائے تو آسان ہوگا مثلاً $\frac{د}{۲}$ — $\frac{د}{۳}$ — $\frac{د}{۴}$ ... اِنمیں
نسبنما ؤنکا ۵۱۲ حاصلضرب ہے مگر اونکا ذو اضعاف اقل ...

اِسلئے جب نما دُور کرنے کیلئے مساوات کی ہر ایک مقدار مفرد کو ۸ میں ضرب دیا ∴ ۸ × ۳د/۸ = ۳ د اور ۸ × ۲د/۸ = ۲ د اور ۸ × د/۸ = د

∴ ۳ د — ۲ د + د = ۲۴ اِس مساوات میں

اب کوئی مقدار جسمیں کسر ہو نہیں ہے +

چوتھا قاعدہ

دفعہ ۸۴ اگر مساوات کی ہر ایک مقدار مفرد کسی ایک مقدار پر تقسیم ہو جاوے تو بھی مساوات بنی رہیگی

کیونکہ جب ہم مساوات کے دونوں جملونکی کل مقادیر مساوی کی ہر ایک مقدار مفردہ کو ایک مقدار پر تقسیم کرتے ہیں تو اون دونوں جملونکی کل مقادیر بھی اوس مقدار پر تقسیم ہو جاتی ہیں اور اِس باعث سی خارج قسمت بھی برابر ہوتے ہیں. مثلاً ۴ د — ۲ د = ۱۶ اِس مساوات میں ہر ایک مقدار مفرد کو ۲ پر تقسیم کیا تو ۲ د — د = ۸

اِسیطرح اگر ۷ د = ۲۸ اِس مساوات میں ہر ایک مقدار مفرد کو ۷ پر تقسیم کیا تو ۷د/۷ = ۲۸/۷ یعنی د = ۴

ح د = س اِس مساوات کے ہر ایک مقدار مفرد کو ح پر تقسیم کیا تو ح د/ح = س/ح یعنی د = س/ح

جبکہ مساوات میں مقدار مجہول کے سوای پہلی قوت کی کوئی بڑی قوت مثلاً د² اور د³ وغیرہ نہو تو ایسی مساوات کو مساوات درجہ اول یا مفردات کہتی ہیں

اول درجہ کے مساوات میں مقدار مجہول کی قیمت چار قاعدوں مذکورہ بالا پر عمل کرنے سے دریافت ہو جاتی ہے +

اول درجہ کی مساوات میں مقدار مجہول کی قیمت دریافت کرنیکا

قاعدہ

دفعہ ۹۴ (۱) اگر مساوات میں کسور ہوں اور اونمیں مقدار مجہول مشتمل ہو تو اون کسروں کے نسبنما اونکو بموجب تیسری قاعدہ کے دور کرو +

(۲) اگر مساوات میں کوئی مقدار خط وحدانی کے تلے لکھی ہو تو بموجب دفعہ ۳۰ کے اوس خط وحدانی کو ہٹادو +

(۳) بموجب دوسری قاعدہ کے مساوات کی جن مقادیر مفردہ میں مقدار مجہول شامل ہو اونکو علامت مساوات کے ایک طرف لے آؤ اور مقادیر معلومہ کو اوسکے دوسری طرف رکھو

(۴) اگر مقادیر متماثلہ ہوں تو اونکا حاصل جمع دریافت کرو اس عمل کے کرنے سے فقط ایک مقدار مفردہ میں مقدار مجہول رہجاویگی اسی مقدار کے سر پر مساوات کی ہر ایک مقدار مفردہ کو تقسیم کرنے سے مقدار مجہول کی قیمت دریافت ہو جاویگی +

اگر مساوات کے دونوں جملوں میں ایک ہی مقادیر ہوں اور اونکی علامات بھی یکساں ہوں تو اونکو بموجب پہلی قاعدہ کے خارج کرو یا اگر مساوات کی ہر ایک مقدار مفردکسی اور مقدار پر پوری تقسیم ہوجاوے تو حاصل قسمتونکو بجائے مقادیر مذکورہ کے لکھو +

مثالیں

(۱) $۲د - ۳ = \frac{د}{۲} + ۶$ اس مساوات میں مقدار مجہول کی قیمت دریافت کرو چونکہ $\frac{د}{۲}$ اس مساوات میں مقدار کسر ہے اسلئی مقدار مفرد کو ۲ میں ضرب دیا تاکہ مساوات میں کسر نہی بس حاصل ہوئی یعنہ مساوات $۴د - ۶ = د + ۱۲ \because ۲ \times \frac{د}{۲} = د$ عمل انتقال سے $۴د - د = ۱۲ + ۶$ عمل جمع سے $۳د = ۱۸$ ۳ پر تقسیم کرنے سے $د = \frac{۱۸}{۳} = ۶$ یہی مقدار مجہول کی قیمت ہی - اس قیمت کی امتحان کرنیکے لئی مساوات بالائیں مقدار د کی بجائی ۶ لکھا تو $۲ \times ۶ - ۳ = \frac{۶}{۲} + ۶$ یا $۱۲ - ۳ = ۳ + ۶$ یا $۹ = ۹$ اس سی معلوم ہوتا ہی کہ اگر د برابر ہو ۶ کے تو مساوات بھی درست ہی +

(۲) $\frac{د}{۲} - ۵ = \frac{د}{۳} - ۳$ اس مساوات میں مقدار د مجہول کی قیمت دریافت کرو $\frac{د}{۲}$ اور $\frac{د}{۳}$ یہ دو کسریں ہیں اسلئی مساوات میں کسر نہ رکھنی کے لئی بموجب تیسری قاعدی کے مساوات کی ہر ایک مقدار مفرد کو ۲×۳ یعنی ۶ میں ضرب دیا تو $۳د - ۳۰ = ۲د - ۱۸ \because ۶ \times \frac{د}{۲} = ۳د$ اور $۶ \times \frac{د}{۳} = ۲د$ منتقل کرنے سے $۳د - ۲د = ۳۰ - ۱۸$ جمع کرنے سے $د = ۱۲ \because ۳د - ۲د = ۱د$ یعنی د کی ۱۲ قیمت صحیح ہے کیونکہ $\frac{۱۲}{۲} - ۵ = ۶ - ۵ = ۱$ اور $\frac{۱۲}{۳} - ۳ = ۴ - ۳ = ۱$

(۳) $\frac{د - ۶}{۲} + ۴ = \frac{۵د - ۶}{۲}$ اس مساوات میں مقدار د کی قیمت بتلاؤ مساوات کے ہر ایک جملہ کو ۲ میں ضرب دیا تو

د — ۶ + ۱۲ = ۵ د — ۶

— ۶ کو خارج کیا تو د + ۱۲ = ۵ د

منتقل کرنی سے ۱۲ = ۵ د — د

جمع کرنے سے ۱۲ = ۴ د

۴ پر تقسیم کرنی سے ۳ = د یا د = ۳

(۴) $\frac{د}{۲} - \frac{۵ د}{۳} - \frac{۴}{۳} = \frac{۴ د}{۳} - ۳$ اس مساوات میں مقدار د کی قیمت بتلاؤ

مساوات کی ہر ایک جملی کو ۲ × ۳ یعنی ۶ میں ضرب کرنی سے ۳ د — ۱۰ د — ۸ = ۸ د — ۱۸

منتقل کرنی سے ۳ د — ۱۰ د — ۸ د = ۸ — ۱۸

جمع کرنی سے — ۱۵ د = — ۱۰

— ۱۵ پر تقسیم کرنی سے د = $\frac{۱۰}{۱۵} = \frac{۲}{۳}$

(۵) $\frac{د}{۳} - \frac{د}{۲} + \frac{د}{۵} = \frac{۱}{۲}$ اس مساوات میں مقدار مجہول د کی قیمت بتلاؤ

۲ × ۳ × ۵ یعنی ۳۰ میں مساوات کی ہر ایک جملی کو ضرب دیا تو ∴ ۳۰ × $\frac{د}{۳}$

= ۱۰ د اور ۳۰ × $\frac{د}{۲}$ = ۱۵ د اور ۳۰ × $\frac{د}{۵}$ = ۶ د

∴ ۱۰ د — ۱۵ د + ۶ د = ۱۵

جمع کرنی سے د = ۱۵

(۶) $\frac{۴ د}{۳} - \frac{۳ د}{۱۰} + \frac{د}{۶} = ۳۹$ اس مساوات میں مقدار مجہول د کی قیمت دریافت کرو

۳ اور ۱۰ اور ۶ انکا ذو اضعاف اقل ۳۰ ہے اسلئی نسبتاً ریاضی دور کرنے کیلئے

مساوات کی ہر ایک مقدار مفرد کو ۳۰ میں ضرب دیا تو

∴ ۳۰ × $\frac{۴ د}{۳}$ = ۱۰ × ۴ د = ۴۰ د

(۲۷) $\frac{\text{د}}{5} + \frac{\text{د}}{4} + \frac{\text{د}}{3} - \frac{\text{د}}{2} = 17$

(۲۸) $\text{د} - \frac{\text{د}}{6} - \frac{\text{د}}{12} - \frac{\text{د}}{5} = \frac{\text{د}}{2} + 9$

(۲۹) $\frac{3\text{د}}{14} - \frac{2\text{د}}{21} + \frac{1}{3} = \frac{\text{د}}{4} - 4\frac{1}{4}$

(۳۰) $\frac{6\text{د}}{7} - \frac{\text{د}}{3} - \frac{\text{د}}{2} = \frac{5}{21} - \frac{\text{د}}{28}$

(۳۱) $2\text{د} - \frac{2\text{د}}{5} - 2\frac{1}{5} - \frac{23\text{د}}{11} = \frac{8\text{د}}{7} - 1\frac{6}{11}$

(۳۲) $\frac{\text{د}}{9} + \frac{2\text{د}}{5} = \frac{7\text{د}}{15} - \frac{\text{د}}{6} + \frac{3}{20}$

(۳۳) $\frac{7\text{د}}{8} - \frac{3\text{د}}{7} + 1\frac{1}{8} = \frac{9\text{د}}{4} + \frac{9\text{د}}{14} - 20\frac{25}{28}$

(۳۴) $\frac{3\text{د}}{16} + \frac{7\text{د}}{15} - \frac{7\text{د}}{20} = 2\frac{19}{60} - \frac{3}{16}$

(۳۵) $\frac{11\text{د}}{3} - \frac{8\text{د}}{5} = 10\frac{1}{3} + \frac{2\text{د}}{1\frac{1}{2}} - 3\frac{4}{5}$

(۳۶) $\frac{\text{د}}{4} - 3\frac{1}{2} + 5\frac{\text{د}}{2} + \frac{\text{د}}{2} = \frac{17\frac{1}{2}}{5\frac{1}{2}}$

دفعہ ۵۰ اگر مساوات میں خطوط وحدانی ہوویں تو انہیں بموجب دفعہ ۴۴ دور کرو +

مثالیں

(۱) $2(\text{د}+5) + 3(2\text{د}-7) = 21$ اس مساوات میں مقدار مجہول د کی قیمت دریافت کرو پہلی خطوط وحدانی کے اندر کی مقدار کے یہہ معنی ہیں کہ مقدار د+۵ دوگنی ہے اور دوسری خطوط وحدانی کے اندر کی مقدار سے یہہ سمجھو کہ ۲د−۷ کا سہ چند اوسمیں جمع کرنا ہے اسلئی ضرب دینے کے بعد خطوط وحدانی کو دور کیا تو: $2(\text{د}+5) = 2\text{د}+10$ اور $3(2\text{د}-7) = 6\text{د}-21$

$\therefore 2\text{د} + 10 + 6\text{د} - 21 = 21$

منتقل کرنے سے $\therefore 2\text{د} + 6\text{د} = 21 + 21 - 10$

جمع کرنی سے ٨ د = ٣٢

٨ پر تقسیم کرنی سے د = $\frac{٣٢}{٨}$ = ٤

(٢) ٢ (د + ٥) − ٣ (٢ د − ٧) = ١٥ اس مساوات میں مقدار د کی قیمت بتلاؤ

∵ ٢ (د + ٥) = ٢ د + ١٠ اور ٣ (٢ د − ٧) = ٦ د − ٢١

∴ ٢ د + ١٠ − (٦ د − ٢١) = ١٥

یا بموجب دفعہ ٤٣ کے ٢ د + ١٠ − ٦ د + ٢١ = ١٥

منتقل کرنی سے ٢ د − ٦ د = ١٥ − ١٠ − ٢١

جمع کرنی سے − ٤ د = − ١٦

− ٤ پر تقسیم کرنی سے د = $\frac{-١٦}{-٤}$ = ٤

(٣) ٥ − $\frac{د + ٣}{١١}$ = د − ٣ اس مساوات میں مقدار مجہول د کی قیمت بتلاؤ

پیشتر یہہ بیان ہو چکا ہے کہ شمار کنندہ اور نسب نما کے درمیان میں جو خط کھچا رہتا ہے وہ شمار کنندہ اور نسب نما دونوں کا خط وحدانی ہوتا ہے مساوات کے ہر ایک مقدار مفروضہ کو ١١ میں ضرب کیا تو

٥٥ − $\overline{د + ٣}$ = ١١ د − ٣٣

بموجب دفعہ ٤٣ کے ٥٥ − د − ٣ = ١١ د − ٣٣

منتقل کرنی سے ٥٥ − ٣ + ٣٣ = ١١ د + د

جمع کرنی سے ٨٤ = ١٢ د

١٢ پر تقسیم کرنی سے د = $\frac{٨٤}{١٢}$ = ٧

(٤) $\frac{٣ د + ٢}{٢}$ − ٥ = ١٢ − $\frac{[illegible]}{٣}$ اس مساوات میں مقدار د کی قیمت دریافت کرو

اخراج کسر کے لئے ہر ایک مقدار مفرد کو ۲ × ۳ یعنی ۶ میں ضرب دیا تو

۶ د + ۳ (۳ د − ۵) = ۷۲ − ۲ (۲ د − ۴)

یعنی ۶ د + (۹ د − ۱۵) = ۷۲ − (۴ د − ۸) سے

بموجب دفعہ ۳۴ کے ۶ د + ۹ د − ۱۵ = ۷۲ − ۴ د + ۸

منتقل کرنے سے ۶ د + ۹ د + ۴ د = ۷۲ + ۸ + ۱۵

جمع کرنے سے ۱۹ د = ۹۵

۱۹ پر تقسیم کرنے سے د = ۹۵/۱۹ = ۵

(۵) (۸ − ۷ د)/۸ + (۹ د + ۱۲)/۱۶ = (۱ − ۳ د)/۱۰ − (۲۹ + ۸ د)/۲۰ اس مساوات میں مقدار د کی قیمت بتلاؤ

نسب نماؤں کا ذو اضعاف اقل ۸۰ ہے اسلئے ہر ایک مقدار مفرد کو ۸۰ میں ضرب دیا تو

۱۰ (۸ − ۷ د) + ۵ (۹ د + ۱۲) = ۸ (۱ − ۳ د) − ۴ (۲۹ + ۸ د)

یا ۸۰ − ۷۰ د + ۴۵ د + ۶۰ = ۸ − ۲۴ د − ۱۱۶ − ۳۲ د

منتقل کرنے سے − ۷۰ د + ۴۵ د + ۲۴ د + ۳۲ د = ۸ − ۱۱۶ − ۶۰ − ۸۰

جمع کرنے سے ۳۱ د = − ۲۴۸

۳۱ پر تقسیم کرنے سے د = − ۲۴۸/۳۱ = − ۸

(۶) ۱/۱۴ (۳ د + ۱/۲) − ۱/۷ (۲ د − ۶ ۲/۷) = ۱/۲ (۵ د − ۶) اس مساوات میں مقدار د کی قیمت بتلاؤ

۱۴ میں ضرب دینے سے ۳ د + ۱/۲ − ۲ (۲ د − ۶ ۲/۷) = ۷ (۵ د − ۶)

یا ۳ د + ۱/۲ − (۴ د − ۱۲ ۴/۷) = ۳۵ د − ۴۲

۳ د + ۱/۲ − ۴ د + ۱۲ ۴/۷ = ۳۵ د − ۴۲

منتقل کرنے سے ۳ د − ۴ د − ۳۵ د = − ۱۲ ۴/۷ − ۱/۲ − ۴۲

مثالیں

(۱) $\frac{۹}{۲د} - ۳ = ۶$ اس مساوات میں مقدار د کی قیمت دریافت کرو

عمل انتقال سے $\frac{۹}{۲د} = ۶ + ۳$

عمل جمع سے $\frac{۹}{۲د} = ۹$

۲د میں ضرب دیا تو $۹ = ۱۸د$

۱۸ پر تقسیم کرنی سے $د = \frac{۹}{۱۸} = \frac{۱}{۲}$

(۲) $\frac{۳}{د} + \frac{۳}{د} = \frac{۳}{د} + \frac{۵}{د} - \frac{۲}{۱۲}$ اس مساوات میں مقدار د کی قیمت بتلاؤ

چونکہ چاروں کسرونکا نسب نما د ہے

اسلئے جمع کرنے سے $\frac{۶}{د} = \frac{۸}{د} - \frac{۲}{۱۲}$

منتقل کرنے سے $\frac{۸}{د} - \frac{۶}{د} = \frac{۲}{۱۲}$

جمع کرنے سے $\frac{۲}{د} = \frac{۲}{۱۲}$

$\therefore د = ۱۲$

دوم اگر مساوات کی مقادیر مفردہ کے نسب نماؤمیں مقدار مجہولہ شامل ہو اور وہ مقادیر مرکب ہوں تو اول مفرد نسب نماؤنکو خارج کرو بعد ازاں بہ ترتیب نسب نماؤنکو دور کرو +

مثالیں

(۱) $\frac{۷د + ۱۲}{۱۵} - \frac{۳د + ۹}{۹د - ۱۵} = \frac{۲د}{۵}$ [illegible] اس مساوات میں مقدار د کی قیمت بتلاؤ

اول مقادیر مفردہ کے [illegible] سے دور کرنے کیلئے مساوات کے ہر ایک جملے کو ۱۵ میں ضرب دیا تو [illegible]

۱۳ = ۱۵(۳د + ۵) / (۲۵ - ۵د)

بعمل انتقال و جمع سے

تقسیم کنندہ اور نسب نما دونوں کو ۵ پر تقسیم کرنے سے ۱۳ = ۳(۳د + ۵) / (۵ - د)

۵ - د میں ضرب دینے سے ۶۵ - ۱۳د = ۹د + ۱۵

منتقل کرنے سے ۱۳د -- ۹د = ۶۵ + ۱۵

جمع کرنے سے ۴د = ۸۰

۴ پر تقسیم کرنے سے د = ۸۰/۴ = ۲۰

(۲) (۱۰د + ۱۷)/۱۸ - (۱۲د + ۲)/(۱۱د - ۸) = (۵د - ۴)/۹ اس مساوات میں مقدار د کی قیمت بتلاؤ

۱۸ اور ۹ نسب نما ہونے کے خارج کرنے کے لئے مساوات کے ہر ایک جملہ کو

۱۸ میں ضرب دیا تو ۱۰د + ۱۷ - (۲۱۶د + ۳۶)/(۱۱د - ۸) = ۱۰د - ۸

طرفین میں سے ۱۰د منہا کرنے کے بعد عمل انتقال کرنے سے ۱۷ + ۸ = (۲۱۶د + ۳۶)/(۱۱د - ۸)

جمع کرنے سے ۲۵ = (۲۱۶د + ۳۶)/(۱۱د - ۸)

مساوات کے ہر ایک جملہ کو ۱۱د - ۸ میں ضرب دیا تو ۲۵ (۱۱د - ۸) = ۲۱۶د + ۳۶

یا ۲۷۵د - ۲۰۰ = ۲۱۶د + ۳۶

منتقل کرنے سے ۲۷۵د - ۲۱۶د = ۲۰۰ + ۳۶

جمع کرنے سے ۵۹د = ۲۳۶

۵۹ پر تقسیم کرنے سے د = ۲۳۶/۵۹ = ۴

(۳) ۱۲/(د - ۱) - د/(د + ۷) = ۱/(۷(د - ۱)) اس مساوات میں مقدار مجہول د کی قیمت بتلاؤ

مساوات کی ہر ایک جملہ کو ۷(د - ۱) میں ضرب دیا تو

۷ - ۱۳(د - ۱)/(د + ۷) = ۱ ... ۷(د - ۱) × ۱/(د - ۱) = ۷

دفعہ ۳۵ سوالات جو علم حساب سے حل نہیں ہو سکتی وی دفعہ ۳ کے سمجھنے سے بآسانی حل ہو جاتے ہیں اور علم حساب میں خاص قاعدی مقرر ہیں اونکے بموجب عمل کرنے سے سوال کا جواب نکل آتا ہے مگر جبر و مقابلہ میں ایسی قاعدی نہیں لکھی ہیں فقط کثرت مشق سے طالبعلم سوال کے شرائط کو مساوات میں لا سکتا ہے اور پہر مساوات میں مقدار مجہول کی قیمت دریافت کر سکتا ہے وہی سوال کا جواب ہوتا ہے مگر یہہ ضرور دیکھنا چاہئی کہ اسمیں کونسی مقادیر مجہولہ ہیں اور کونسی معلومہ پہر بجائی مقدار مجہول کے لا لکھکر مقادیر معلومہ کو لکھو اور بموجب سوال کے ایک ایسی مساوات بناؤ کہ جسمیں سوال کے سب شرائط آجاویں +

سوالات

۳ لڑکونکی عمر ملکر ۴۲ برس کی ہی اور اونکی پیدایش میں دو دو برس کا تفاوت ہے تو بتلاؤ کہ ہر ایک لڑکے کی کیا عمر ہوگی +

اس سوال میں دیکھو کہ کون سی مقدار مجہولہ ہی اور کون سی معلومہ +

مقادیر معلومہ	مقادیر مجہولہ
(۱) تین لڑکونکی عمر ونکا مجموعہ ۴۲ برس ہے	(۱) بڑی لڑکے کی عمر بتلاؤ
(۲) اور ہر ایک لڑکے کی عمر کا تفاوت ۲ برس ہے	(۲) مجہلی لڑکے کی عمر بتلاؤ
	(۳) چہوٹی لڑکے کی عمر بتلاؤ

مگر حقیقت میں پوچہو تو فقط ایک ہی مقدار مجہول ہی کسواسطی کہ اگر ایک لڑکی کی عمر معلوم ہو جاوی تو باقی دو لڑکونکی عمر بہی معلوم ہو جاویگی اس باعث سے

فرض کرو کہ چھوٹے لڑکے کی عمر د ہے تو د + ۲ منجھلے لڑکے کی عمر ہوگی

د + ۴ بڑے لڑکے کی عمر ہوگی

سوال کی ایک شرط کو عبارت جبریہ میں لا چکے اور دوسری شرط یہ ہے کہ تینوں لڑکوں کی عمر کا مجموعہ ۲۴ برس ہے یا د و د + ۲ اور د + ۴ یعنی ۳ د + ۶ برابر ہے ۲۴ برس کے اس شرط کو مساوات میں لکھا تو

۳ د + ۶ = ۲۴ اس مساوات سے قیمت د کی قیمت بتاؤ

عمل انتقال سے ۳ د = ۲۴ − ۶ = ۱۸

۳ پر تقسیم کرنے سے د = ۱۸/۳ = ۶

∴ چھوٹے لڑکے کی عمر ۶ برس کی ہے

منجھلے لڑکے کی عمر ۸ برس کی ہے

اور بڑے لڑکے کی عمر ۱۰ برس کی ہے

(۴) میرے پاس جسقدر اشرفیاں ہیں اونسے پانچ گنی روپئے ہیں اور کل مالیت ۱۴۷ روپئے کی ہے تو بتلاؤ کہ میرے پاس کتنی اشرفیاں ہیں اور کتنے روپئے

فرض کرو کہ د اشرفیاں ہیں

تو ظاہر ہے کہ ۵ د روپئے ہونگے

اور میرے پاس ۱۶ روپئے کی ہر ایک اشرفی ہے تو د گنا ۱۶ یا ۱۶ د روپئے د اشرفیوں کے ہونگے

∴ ۱۶ د + ۵ د = کل زر مگر کل زر = ۱۴۷ روپئے

∴ ۲۱ د = ۱۴۷

اور تقسیم کرنے سے د = ۱۴۷/۲۱ = ۷ اشرفی

اور ۵ د = ۵ × ۷ = ۳۵ روپئے

(۳) میں ۱۴۳ کوڑی اور ۷ روپئے کی ہنڈی کے دام ساہوکار سے لینا ہیں اور میں نے گماشتہ کے ہاتھ میں ہنڈی دیکر اوس سے کہا کہ تم مجھے ہنڈی کے دام کے عوض میں اشرفی اور روپئے اور آٹھ آنی اور چوانی دوانی اور ایک آنی برابر دو تو وہ گماشتہ ہی خاموش ہو رہا تو بتلاؤ کہ اوسکو کسقدر اشرفی وغیرہ دینی چاہئیں

فرض کرو کہ د تعداد مطلوب ہے

تو د اشرفیوں کے د گنا ۱۶ یا ۱۶ د روپئے ہونگے

د روپئے ہونگے — د روپئے ہونگے

د آٹھ آنیاں ہونگے — د/۲ روپئے ہونگے

د چوانیاں ہونگے — د/۴ روپئے ہونگے

د دوانیاں ہونگے — د/۸ روپئے ہونگے

د ایک آنیاں ہونگے — د/۱۶ روپئے ہونگے

اور ۱۴۳ کوڑی ۷ روپئے ہونگے — ۲۸۷ روپئے ہونگے

موافق شرط سوال کے ۱۶ د + د + د/۲ + د/۴ + د/۸ + د/۱۶ = ۲۸۷

۱۶ میں ضرب دینے سے ۲۵۶ د + ۱۶ د + ۸ د + ۴ د + ۲ د + د = ۴۵۹۲

جمع کرنے سے ۲۸۷ د = ۴۵۹۲

۲۸۷ پر تقسیم کرنے سے د = ۱۶

امتحان صحت ہشتم جواب

١٦ اشرفی = ٢٥٦ روپیہ

١٦ روپیہ = ١٦ روپیہ

١٦ اٹھنّی = ٨ روپیہ

١٦ چونّی = ٤ روپیہ

١٦ دوانّی = ٢ روپیہ

١٦ ایک آنی = ١ روپیہ

حاصل جمع = ٢٨٧ روپیہ

(٣) جتنی آم کہ میرے پاس تھے ان میں سے تیسرا حصہ یعنی سوہن کو اور چھٹا حصہ ردویا کو دیا تو ١٥ آم تقسیم ہوئے بتاؤ کہ میرے پاس کل کتنے آم تھے

فرض کرو کہ ا کل آموں کی تعداد ہے

تو ا/٣ تعداد ان آموں کی جو سوہن کو دی گئی تھی

اور ا/٦ تعداد ان آموں کی جو ردویا کو دی گئی تھی

بموجب شرائط سوال کے

ا/٣ + ا/٦ = ١٥

٦ میں ضرب دینے سے ٢ا + ا = ٩٠

جمع کرنے سے ٣ا = ٩٠

٣ پر تقسیم کرنے سے ا = ٩٠/٣ = ٣٠ جس سے معلوم ہوا کہ

کل تعداد آموں کی ٣٠ تھی ٣٠/٣ = ١٠ اور ٣٠/٦ = ٥ ١٠ + ٥ = ١٥

(۵) ایک باغ میں آم سے کے درخت جامن سے کے درختوں سے تگنے تھے مگر جب آم
اور جامن سے کے درخت چار چار کٹ گئی تو آم کے درخت جامن کے درختوں سے
چوگنی ہو گئی تو بتلاؤ کہ آم اور جامن سے کے کتنی کتنی درخت تھی۔

فرض کرو کہ د جامن سے کے درختونکی تعداد ہے

تو ۳د آمونکی درختونکی تعداد ہوگی

اور د − ۴ جامن سے کے درختونکی تعداد ۴ درخت کٹنے کے بعد رہگئی

پہلے ۳د − ۴ آم سے کے درختونکی تعداد ۴ درخت کٹنے کے بعد رہگئی

بموجب شرائط سوال سے کے ۳د − ۴ = ۴(د − ۴)

یا ۳د − ۴ = ۴د − ۱۶

عمل انتقال سے ۱۶ − ۴ = ۴د − ۳د

جمع کرنے سے ۱۲ = د

اسلئے باغ میں اول جامن سے کے درخت ۱۲ تھے اور ۱۲ سے سہ چند یعنی ۳۶ آم سے کے درخت تھے۔

(۶) ایک بادشاہ کے جلوس کا سن ۱۸۰۰ − ۲د ہے

دوسری بادشاہ کے جلوس کا سن ۱۸۰۰ + ½ × ۴د ہے

تیسری بادشاہ کے جلوس کا سن ۱۸۰۰ + ½ × ۲د ہے

اور اگر پہلے بادشاہ کے ایام سلطنت میں ۱۲د جمع کئی جاویں تو حاصل جمع برابر ہو جاتا ہے ۱۰۰ برس کے تو بتلاؤ کہ بادشاہ کس کس سن میں جلوس فرما ہوئے
پہلے اور دوسری بادشاہ کے جلوس کے سنونکا حاصل تفریق نکالو

∴ چوتھے بادشاہ کے سلطنت کی برس = (۱۸۰۰ + ۴و) − (۱۸۰۰ + و)

= ۱۸۰۰ + ۴و − ۱۸۰۰ − و

= ۳و

∴ بموجب سوال کے ۳و + ۲و = ۱۰۰

یا ۵و = ۱۰۰

∴ و = ۱۰۰/۵ = ۲۰

∴ پہلے بادشاہ کے جلوس کا سن ۱۸۰۰ − ۲۰ یا ۱۷۸۰ ہے

دوسری بادشاہ کے جلوس کا سن ۱۸۰۰ + ۲۰ یا ۱۸۲۰ ہے

تیسری بادشاہ کے جلوس کا سن ۱۸۰۰ + ۴۰ یا ۱۸۴۰ ہے

(۲) ۴ آدمیوں کی درمیان ۴۲ گنتی اس طرح پر تقسیم کرو کہ پہلی آدمی کو جتنے گنتی دی گئی دوسرے کو اوس سے ایک زیادہ دوسری کو دو اور علی ہذا القیاس تیسری اور چوتھی آدمی کو بھی ایک ایک زیادہ دو۔

فرض کرو کہ پہلے شخص کو جو گنتی دی گئی اونکی تعداد و ہے

تو باقی آدمیوں کے گنتیوں کی تعداد و + ۱ اور و + ۲ اور و + ۳ ہونگی

بموجب شرائط سوال کے و + و + ۱ + و + ۲ + و + ۳ = ۴۲

جمع کرنے سے ۴و + ۶ = ۴۲

منتقل کرنے سے ۴و = ۴۲ − ۶

جمع کرنے سے ۴و = ۳۶

۴ پر تقسیم کرنے سے و = ۳۶/۴ = ۹

د + ۱ = ۱۰ اتنی گنتی دوسری کو ✤

د + ۲ = ۱۱ اتنی گنتی تیسری کو ✤

د + ۳ = ۱۲ اتنی گنتی چوتھی کو ✤

(۹) ایک شخص نے فقیری اختیار کی اوسکے پاس کل ۱۷۰۰ روپئے تھے اونمیں سے جتنی روپئے اوسنے اپنی دو لڑکونکو دئے اوتنے ہی روپئے اوسنے اپنی تین بیٹیونکو دئے اور جتنے روپئے اوسنے اپنی ایک لڑکے اور ایک بیٹی کو ملا کر دئے اوتنے روپئے اوسنے اپنی عورت کو دئے۔ تو بتلاؤ کہ ہر ایک کو کسقدر روپئے ملے ✤

فرض کرو کہ د تعداد اون روپیونکی ہے جو ایک لڑکے کو دئے ✤

تو تین بیٹیونکو ۲د روپئے دئے ہونگے ✤

∴ ایک بیٹی کے روپیہ کی تعداد ۲د/۳ ہوئی

اور عورت کے روپیونکی تعداد د + ۲د/۳ یا ۵د/۳ ہوگی

اسلئے بموجب شرائط سوال کے ۲د + ۲د + ۵د/۳ = ۱۷۰۰ روپئے

جمع کرنے سے ۴د + ۵د/۳ = ۱۷۰۰

یا ۱۷د/۳ = ۱۷۰۰

۱۷ پر تقسیم کرنے سے د/۳ = ۱۰۰

۳ میں ضرب دینے سے د = ۳۰۰ ایک لڑکے کے روپیونکی تعداد

۲د/۳ = ۲۰۰ ایک بیٹی کے روپیونکی تعداد

۵د/۳ = ۵۰۰ عورت کی روپیونکی تعداد

(٩) ایک کوئی میں بہت دور پانی تہا اور سپر دو چیز لگی ایک بیڑ میں دو بیل جوتے
اور دوسری بیڑ میں دو بہینسیں اور بیلونکی بیڑ کے چرسے میں دو من پانی آتا تہا
اور بیل دو گہڑی کے عرصہ میں پانی کے ۳ چرسے کہینچتے اور بہینسیں اسقدر آہستہ
چلتی کہ وے ۳ گہڑی میں فقط دو چرسے پانی کے کہینچتی مگر دونوں بیڑونمیں پانی
برابر ہی کہینچتا   تو بتلاؤ کہ بہینسونکی چرسے میں کسقدر پانی سماتا ہوگا

فرض کرو کہ بہینسونکی چرسے میں د من پانی سماتا ہی تو بہینسیں ۲د من پانی
تین گہڑی کے عرصہ میں کہینچینگی اور بیل ۲ گہڑی میں ۳ چرسے پانی
یا ۶ من پانی کہینچتے ہیں — اس باعث سے وے ۳ گہڑی میں ۹ من
پانی کہینچینگے اور تین گہڑی میں دونوں چرسونسے برابر ہی پانی کہینچا ہے +

∴ ۲د = ۹ من پانی

اور د = $\frac{۹}{۲}$ = ۴½ من پانی   اسقدر پانی بہینسونکے
چرسے میں آتا ہے +

(١٠) سیتارام اور پرسرام زمیندار رہنے گانون سڑک کے کنارے
۴½ کوس کے فاصلہ پر واقع تہے تھا جبکہ سیتارام پرسرام کے گانو کو چلا
اوسیوقت پرسرام بہی سیتارام کے گانو کو چلا اور سیتارام اسقدر چلتا کہ
ایک گہنٹے کے عرصہ میں ۲½ کوس راہ طی کرتا اور پرسرام ایک گہنٹے میں
۲ کوس چلتا   تو بتلاؤ کہ وے دونوں شخص کتنی کتنی دور چلکر ملجاوینگے
اور اگر وے برابر چلکر عین بیچ راہ ملجاویں تو سیتارام کو پرسرام سے کتنی دیر پہلے
چلنا چاہیے + اول فرض کرو کہ سیتارام د کوس چلکر [illegible]

تو ظاہر ہے کہ ۴½ — د کوس پرسرام چلا ہوگا اب ہر ایک شخص کے
جسقدر وقت گذریگا اوسی قاعدہ اربعہ متناسبہ سے دریافت کرتی ہین

کوس کوس گھنٹہ گھنٹہ اِتنا وقت سیتارام کو
۴½ : د :: ۱ : د/۵ دکوس چلنی میں گذرا ہوگا +

کوس کوس گھنٹہ گھنٹہ
۴ : ۴½ — د :: ۱ : (۴½ — د)/۴ اسقدر وقت پرسرام کو

۴½ — د کوس چلنے مین گذرا ہوگا اور چونکہ دونون شخص برابر وقت تک سے چلے
اِس باعث سی د/۵ = (۴½ — د)/۴ اِسکی دونوں جملونکو ۵ × ۴ یعنی ۲۰ میں

ضرب دیا تو ۴ د = ۲۲½ — ۵ د
منتقل اور جمع کرنیسے ۹ د = ۲۲½

۹ پر تقسیم کرنی سے د = ۲۲½/۹ = ۲½ اتنی کوس سیتارام چلکر پرسرام سے ملا ہوگا
اور ۴½ — ۲½ یا ۲ کوس پرسرام اپنی گانوسے چلکر سیتارام سے ملا ہوگا
اور وہاں سی سیتارام کا گانو ۲½ کوس کے فاصلہ پہ ہوگا

دوم اگر دونوں شخص عین بیچ راہ پر ملا چاہیں تو اونکو آدھی آدھی
دور چلنی میں جتنا وقت گذریگا اوسی قاعدہ اربعہ متناسبہ سے نکالتی ہیں

۴½ کوس کا نصف ۲¼ کوس ہے

کوس کوس گھنٹہ گھنٹہ
۴½ : ۲¼ :: ۱ : (۲¼ × ۲)/۵ اتنا وقت سیتارام کو

$2\frac{1}{4}$ کوس چلنے میں گذریگا

اسیطرح کوس کوس گھنٹہ گھنٹہ

$2\frac{1}{2}$: $2\frac{1}{4}$ :: ۱ : $\frac{9}{10}$ اسقدر وقت پرسرام کو

$2\frac{1}{4}$ کوس چلنے میں گذریگا — یہہ دیکھنا چاہئے کہ $2\frac{1}{4}$ کوس چلنے میں

کس شخص کو کسقدر وقت زیادہ گذریگا اسلئے $2\frac{1}{4}$ کوس راہ طے کرنے

میں دونوں شخصونکو جتنا جتنا عرصہ گذریگا اونکا حاصل تفریق نکالا اور یاد رکھو

$2\frac{1}{2}$ گھڑی = ایک گھنٹہ کی اور ۶۰ پل = ایک گھڑی کے

$\frac{9}{10}$ گھنٹہ $= \frac{1}{10} \times 2\frac{1}{4} = (\frac{4}{5} - \frac{1}{2}) 2\frac{1}{4} = \frac{2 \times 2\frac{1}{4}}{5} - \frac{2\frac{1}{4}}{2}$

پل $33\frac{3}{4} = $ پل $60 \times \frac{9}{16} = $ گھڑی $\frac{9}{16} = $ گھڑی $2\frac{1}{2} \times \frac{9}{40} =$

اگر پرسرام اسقدر وقت پیشتر سیتارام سے چلے تو عین بیچ میں دونوں جا ملیں گے۔

(۱۱) ایک بقال کے پاس دو قسم کے سیدے ہیں اول قسم کے سیدے کی شرح

فی پنسیری ۷ آنہ اور دوسری قسم کی سیدے کی شرح فی پنسیری ۹ آنہ

تو بتلاؤ کہ کتنا کتنا سیدا ملاویں کہ اوسکی قیمت فی پنسیری ۶ آنہ ۸ پائی ہوجاوے

فرض کرو کہ د پنسیری سیدا ۷ آنہ فی پنسیری کے شرح لیا تو اوسکی قیمت ۷ د

آنے ہوئی اور ایک پنسیری سیدا اوسمیں سے لیا جاوے جو فی پنسیری ۶

تہا اوسکی قیمت ۶ آنہ ہونگی اسلئے (د + ۱) پنسیری سیدے کی قیمت

(۷ د + ۶) آنہ ہوئی مگر دونوں طرحکی سیدے کو ملاکر فی پنسیری ۶ آنہ ۸ پائی

کیا چاہتے ہیں اسلئے اس شرح سے (د + ۱) پنسیری کے دام (د + ۱)

× ۶ آنہ ۸ پائی یعنی (د + ۱) ۶$\frac{2}{3}$ آنے ہونگے

$\therefore$ ۷ د + ۶ = (د + ۱) × ۶ $\frac{۵}{۱۲}$ ۶ آنہ

= ۶ د + $\frac{۵}{۱۲}$ + ۶ $\frac{۵}{۱۲}$ $\therefore$ ۶ $\frac{۵}{۱۲}$ = ۶ + ۶ = $\frac{۵}{۱۲}$

نتقل کرنے سے ۷ د − ۶ د − $\frac{۵}{۱۲}$ د = $\frac{۵}{۱۲}$ ۶ − ۶

جمع کرنے سے $\frac{۱}{۱۲}$ د = $\frac{۲}{۱۲}$ = $\frac{۱}{۱۲}$ × ۲ $\therefore$ د = ۲

اس باعث سی اگر ۷ آنہ شرحکی ۲ پسیری میدا اور ۶ آنہ شرحکی ایک پسیری میدا ملائی جاویں تو ملی ہوی میدا کے فی پسیری ۶ آنہ ۸ پائی شرحکے دام ہو وینگے +

(۱۲) ایک کہیت کی ناج کو ایکمرد ۵ دِن سکے عرصے میں کاٹتا ہے اور اسی اندازکے دوسری کہیت کی ناج کو ایک لڑکا ۷ دِنمیں کاٹتا ہے اگر مرد اور لڑکا دونوں ملکر ایک کہیت کو کاٹیں تو وی کتنی دِنمیں تمام ناج کو کاٹ لیوینگے

فرض کرو کہ وی دونوں د دِنمیں کاٹ لیوینگی اور مرد تنہا تمام ناج کو ۵ دِن میں کاٹ لیتا ہے اِسلئی وہ ایکدِن میں کل ناج کو $\frac{۱}{۵}$ حصہ کاٹ لیویگا اِسطرح اکیلا لڑکا ایکدِنمیں تمام ناج کا $\frac{۱}{۷}$ حصہ کاٹ لیویگا اِس باعث سی مرد اور لڑکا دونوں ملکر ایکدِنمیں سب ناج کا ($\frac{۱}{۵}$ + $\frac{۱}{۷}$) یا $\frac{۱۲}{۳۵}$ حصہ کاٹ لیوینگی مگر فرض کرنے کے بموجب مرد اور لڑکا دونوں د دِنمیں سب ناج کو کاٹ لیوینگے

$\frac{۱۲}{۳۵}$ = $\frac{۱}{د}$ یا د = $\frac{۳۵}{۱۲}$ = $\frac{۱۱}{۱۲}$ ۲ دِن یہی جواب ہوا +

(۱۳) وکٹوریا تمام انگلستان کی بادشاہزادی سہ ۲ ہی سنہ د کو پیدا ہوئی

اور البرٹ بادشاہزادہ ۲۶م - اگست سنہ (د + ۱) کو پیدا ہوا اور دونکی شادی

تاریخ دسویں فروری سنہ ۱۸۴۰ء کو ہوئی اور تاریخ چھبیسویں اگست سنہ ۱۸۴۸ء کو

دونوں بادشاہزادی اور بادشاہزادہ کی عمر دونکا مجموعہ بادشاہزادہ کی عمر جو

شادی سے پیشتر تہی اوس سے تگنی تہی - تو بتلاؤ کہ دونوں کس کس

سن میں پیدا ہوئے - سوال کے بموجب دونوکی پیدایش کے سن د اور

(د+۱) ہیں تو تاریخ ۲۶ اگست سنہ ۱۸۴۸ء کو

۱۸۴۸ - د = بادشاہزادی کی عمر

کیونکہ جس سن تک کی عمر نکالنی ہوتی ہے اوس سن میں سے پیدایش کے

سن کو گہٹاؤ تو حاصل تفریق عمر مطلوبہ کے برابر ہوگا

اور ۱۸۴۸ - (د+۱) = بادشاہزادہ کی عمر

اور شادی سے پیشتر بادشاہزادہ کی عمر = ۱۸۳۹ - (د + ۱) اسلئے

بموجب سوال کے

۱۸۴۸ - د + ۱۸۴۸ - (د+۱) = ۳ {۱۸۳۹ - (د+۱)}

یا ۱۸۴۸ - د + ۱۸۴۸ - د - ۱ = ۵۵۱۷ - ۳د - ۳

منتقل کرنی سے ۳د - ۲د = ۵۵۱۷ - ۳ + ۱ - ۱۸۴۸ - ۱۸۴۸

جمع کرنی سے د = ۵۵۱۸ - ۳۶۹۹ = ۱۸۱۹ یہہ بادشاہزادی کی پیدایش کا سن ہے

اور د + ۱ = ۱۸۲۰ یہہ بادشاہزادہ کی پیدایش کا سن ہوا

(۱۴) ایک حصہ [illegible] سوال میں کہ اگر [illegible] ہوتی

ر پانی آوی تو حوض ۵ گہڑی کے حصہ میں بہر جاوی اگر دوسری سوری کے
راہ ہوکر پانی آوی تو حوض ۶ گہڑی میں بہر جاوی اور اگر تیسری سوری کے
راہ ہوکر پانی آوی تو حوض ۱۰ گہڑی میں بہر جاوی تو بتلاؤ کہ اگر ایک ساتہہ
تینوں سوریوں میں ہوکر پانی آوی تو حوض کتنی گہڑی میں بہر جاویگا

فرض کرو کہ د گہڑی مطلوبہ ہیں

پہلی سوری کے راہ ہوکر ۵ گہڑی میں تمام حوض بہر جاتا ہے اسلئی ایک
گہڑی میں اوسی سوری کے راہ ہوکر سب پانی کا ۱/۵ حصہ حوض میں آجاویگا اور
دوسری سوری کے راہ ہوکر ۶ گہڑی میں سب پانی بہر جاتا ہے اسلئی ایک
گہڑی میں اوسی سوری کے راہ ہوکر سب پانی کا ۱/۶ حصہ حوض میں آجاویگا
اسیطرح تیسری سوری کے راہ ہوکر ایک گہڑی میں سب پانی کا ۱/۱۰ حصہ حوض
میں آجاویگا اس باعث سی جب تینوں سوریاں ایک ساتہہ جاری
ہونگی تو ایک گہڑی میں سب پانیکا (۱/۵ + ۱/۶ + ۱/۱۰) حصہ حوض میں آجاویگا
مگر تینوں سوریونکے راہ ہوکر د گہڑی میں سب پانی بہر جاتا ہے اسلئی
ایک گہڑی میں تینوں سوریونکے راہ ہوکر سب پانیکا ۱/د حصہ حوض میں آجاویگا

$$\therefore \frac{1}{۵} + \frac{1}{۶} + \frac{1}{۱۰} = \frac{1}{د}$$

$$\frac{۶ + ۵ + ۳}{۳۰} \text{ یا } \frac{۱۴}{۳۰} = \frac{1}{د}$$

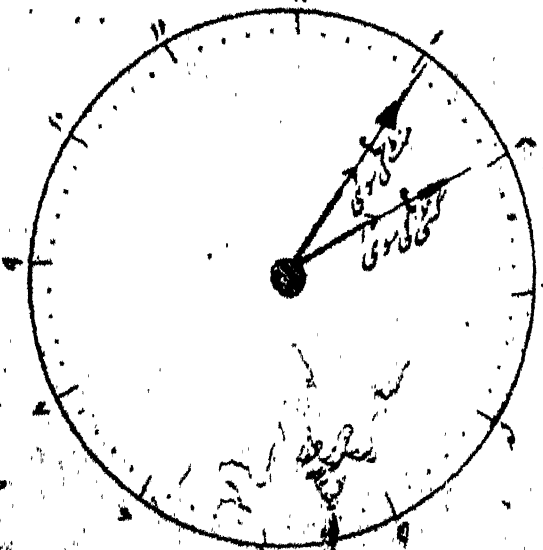
$$\therefore د = \frac{۳۰}{۱۴} = ۲\frac{1}{۷} \text{ گہڑی}$$

(۱۵) ایک طالبعلم نے اپنی استاد سے پوچھا کہ کے بجی ہیں استاد نی جواب دیا
کہ ۳ اور ۴ بجے کے بیچ میں وقت ہی اور گہنٹی اور منٹ کی سوئیاں ایک

جگہ پر ہیں تو بتلاؤ کہ ٹھیک وقت کیا ہے

گھڑی میں دایرہ کے محیط کے برابر ۶۰ حصّے ہوتے ہیں اور جو سوئی جتنے وقت میں محیط کے ویسے ایک حصّے میں چلی جاتی ہے اوتنے وقت کو منٹ یا ۱/۶۰ پل بولتے ہیں اس باعث جس ایسی سوئی کو منٹ کی سوئی کہتے ہیں اور وہ سوئی جتنے وقت میں ۱۲ کے نشان سے چلکر ۶۰ حصّوں میں پھر کر پھر اسی ۱۲ کے نشان پر آجاتی ہے اوتنے وقت کو ایک گھنٹہ یا ۱/۲ گھڑی کہتے ہیں مگر گھنٹہ بتلانے کی لئے ایک اور سوئی رہتی ہے اوسے گھنٹے کی سوئی بولتے ہیں یہہ سوئی ۱۲ کے نشان سے ۱۲ کے نشان تک ۱۲ گھنٹے میں پھر کر آجاتی ہے اسلئے محیط کے علیحدہ ۱۲ بڑے حصّے ہوتے ہیں اونمیں سے ایک حصّے میں گھنٹے کی سوئی ایک گھنٹے کے عرصہ میں پھر جاتی ہے اور اوسی محیط کے

منٹ کی سوئی

گھنٹے کی سوئی

چھوٹے چھوٹے ۶۰ حصّے ہوتے ہیں اسلئے ایک بڑے حصّے میں ۶۰/۱۲ یا ۵ چھوٹے

حصے ہوتے ہیں اسلئے منٹ کی سوئی ایک گھنٹہ یا ۶۰ منٹ میں ۶۰ چھوٹے حصوں میں گھوم جاتی ہے اور گھنٹے کی سوئی ایک گھنٹے میں فقط چھوٹے ۵ حصوں میں گھومتی ہے اسلئے منٹ کی سوئی بہ نسبت گھنٹے کی سوئی کے ۱۲ گنی جلد چلتی ہے اور ہر گھنٹے میں گھنٹے کی سوئی اور منٹ کی سوئی ایک دفعہ ملجاتی ہیں سبب یہہ ہے کہ منٹ کی سوئی جو گھنٹے میں گرد گھومتی ہے گھنٹے کی سوئی کو کہیں نہیں چلتی ضرور ملتی ہوگی اور منٹ کی سوئی ہر ایک گھنٹے کے آخر میں پھر پھر اکر ۱۲ کے نشان پر آجاتی ہے اس باعث سے جب گھنٹے کی سوئی ایک کے نشان پر ہوگی تو منٹ کی سوئی ۱۲ کے نشان پر ہوگی اسلئے دونوں سوئیوں کے بیچ میں ۵ چھوٹے حصے ہونگے اسیطرح جب گھنٹے کی سوئی ۲ گھنٹے کے نشان پر ہوگی تو دونوں سوئیوں کے بیچ میں ۱۰ چھوٹے حصے ہونگے اور علی ہذالقیاس فرض کرو کہ ایک بجے کے بعد منٹ کی سوئی ۱۲ نشان سے د منٹ تک گھومی ہے تو وہ ضرور چھوٹے د حصوں میں گھومی ہوگی اور ۱۲ کے نشان سے ایک گھنٹے کے نشان تک ۵ چھوٹے حصوں کا فاصلہ ہوتا ہے اسلئے (د — ۵) جگہ میں گھنٹے کی سوئی ایک گھنٹے کے نشان سے چلی گی اور اول یہہ ذکر ہو چکا ہے کہ گھنٹے کی سوئی کی نسبت منٹ کی سوئی ۱۲ گنی جلد یعنی ۱۲ گنی جگہ میں چلتی ہے

$$\therefore \text{د} = 12(\text{د} - 5)$$

$$= 12\,\text{د} - 60$$

$$11\,\text{د} = 60$$

$$\text{د} = \frac{60}{11} = 5\frac{5}{11} \text{ منٹ}$$

اس سبب سے ایک بجے کے $\frac{5}{11}$ ۵ منٹ بعد گھنٹہ اور منٹ کی سوئیاں مطابق ہیں ۔

(۱۶) اگرہ سے کول ۳۰ کوس کے فاصلہ پر ہے اور ایک گھوڑے کی ڈاک
اگرہ سے چلکر کول میں ۶ گھنٹہ میں پہنچی اور جسوقت اگرہ کی ڈاک چلی اسوقت سے
ایک گھنٹہ بعد کول کی ڈاک چلی اور وہ اگرہ میں ۷ گھنٹے میں آپہنچی ۔
تو بتلاؤ کہ یہی دونوں ڈاک اگرہ سے کتنی دور پر سڑک میں ملی ہونگی

فرض کرو کہ دونوں ڈاکیں اگرہ سے د کوس پر ملتی ہیں تو اوس ملنے کی جگہ سے
کول (۳۰ — د) کوس دور رہجائیگا اگرے کی ڈاک ۶ گھنٹے میں ۳۰ کوس کول تک
جاتی ہے اسلئے وہ ڈاک ایک گھنٹے میں $\frac{30}{6}$ یا ۵ کوس چلتی ہوگی اسیطرح کول کی
ڈاک ایک گھنٹے میں $\frac{30}{7}$ کوس چلیگی بموجب قاعدہ اربعہ متناسب کے

کوس کوس گھنٹہ گھنٹہ

۵ : د :: ۱ : $\frac{د}{5}$ اسقدر وقت اگرہ کی ڈاک کو

د کوس چلنے میں لگیگا

کوس کوس گھنٹہ گھنٹہ

۳۰ : (۳۰ — د) :: ۷ : $\frac{7(30-د)}{30}$ اسقدر وقت

کول کی ڈاک کو (۳۰ — د) کوس چلنے میں لگیگا اور کول کی ڈاک اگرہ کی ڈاک سے
ایک گھنٹہ کے بعد چلی ہے [illegible] کی ڈاک کے وقت میں ایک گھنٹہ اور
شامل کریں تو حاصل جمع برابر ہے اگرہ کی ڈاک کے وقت کے

$$\frac{د}{5} = \frac{7(30-د)}{30} + 1$$

۴ میں ضرب دینے سے ۶ د = ۷ (۳۰ − د) + ۳۰

= ۲۱۰ − ۷ د + ۳۰

∴ منتقل کرنے سے ۱۳ د = ۲۴۰

۱۳ پر تقسیم کرنے سے د = $\frac{۲۴۰}{۱۳}$ = ۱۸ $\frac{۶}{۱۳}$ کوس پر آگرہ سے

دونوں ڈاک ملینگی +

(۱۷) ایک پتھر وزن میں ۱۳ من ۳۲ سیر ہے اور دوسرا پتھر ۴۸ سیر اور ۶ ہاتھ لنبا ایک مضبوط لٹھہ ہی تو بتلاؤ کہ بھاری پتھر سے کتنی دور پر ٹیکن لگائیں جسپر لٹھہ کو رکھکر اوسکے ایک سری کو بھاری پتھر کے تلے دباکر دوسری سیری پر ہلکا پتھر لٹکا دیں تاکہ بھاری پتھر اوپر کو اوٹھہ جاوے

علم جر ثقیل میں یہہ بات ثابت ہوچکی ہے کہ ڈنڈے کی ایک سری پر اگر بوجھہ یا زور سے دبائی جاوے تو ڈنڈی کا ایک سرا جھک جاویگا اور دوسرا اونچا ہو جاویگا اور ٹیکن سے جتنی دور پر بوجھہ یا زور لگا ہوتا ہے اوس دوری کو بوجھہ یا زور کے مقدار میں ضرب دیں تو حاصلضرب کل مقدار داب اوس بازو پر ہوگا

فرض کرو کہ $\overline{\text{س ن}}$ لٹھہ ہے اور ح ٹیکن یا ٹیک اور $\overline{\text{س}}$ سرے پر جو بھاری بوجھہ ہے اوسکی اوٹھانے کے لئے $\overline{\text{ن}}$ سیری پر ہلکہ بوجھہ لٹکایا گیا ہے

اور فرض کرو کہ $\overline{\text{س ح}}$ حصہ = پ ہاتھہ

تو ح ن = ۶ − پ ہاتھہ

۱۳ من ۳۲ سیر = ۵۵۲ سیر

۱٫۰۳ ہی تو بتلاؤ کہ دودہ میں کسقدر پانی ملا ہی حد جتنی جگہ میں ایک چیز
سماتی ہے اوتنی جگہ میں جسقدر پانی سماوی اوسکے وزن سے چیز کا جی گنا وزن ہو
اوسی اوس چیز کا وزن مخصوص بولتے ہیں مثلاً چاندی کا وزن مخصوص ۱۰٫۵ یا
۱۰ ½ اسکے یہہ معنی ہیں کہ جتنی جگہ میں کچھہ چاندی سماتی ہو اوسمیں جسقدر پانی سماوے
اوسکے ۱۰ ½ گنی وزن کی برابر چاندی کا وزن ہوتا ہے اسیطرح دودہ کا
۱٫۰۳ جو وزن مخصوص سوال مذکور میں لکھا ہی اوسکی بھی یہہ معنی ہیں کہ جتنی جگہ میں
کچھہ دودہ سماتا ہو اوسیقدر جگہ میں جو پانی بہر دیا جاوی تو اوسکی بوجہہ سے
دودہ کا وزن ۱٫۰۳ گنا ہوگا

فرض کرو کہ د سیر دودہ میں ایک سیر پانی ملا ہے تو خالص د سیر دودہ کا وزن
د سیر پانی کے ۱٫۰۳ گنی وزن کے برابر ہوگا
یا خالص د سیر دودہ کا وزن = ۱٫۰۳ گنی د سیر پانی کے وزن کے

= ۱٫۰۳ × د × ۱ سیر پانی کا بوجہہ

∴ د سیر = د گنا ایک سیر یا د × ۱ سیر

اسلئے د سیر دودہ میں ایک سیر پانی ملایا تو
د سیر دودہ اور ایک سیر پانی کا وزن یا

(د + ۱) سیر پانی ملی دودہ کا وزن = ۱٫۰۳ × د × ۱ سیر پانی کا وزن
+ ۱ سیر پانی کا وزن

= (۱٫۰۳ × د + ۱) × ۱ سیر پانی کا وزن

سوال کے پانی ملی دودہ کا وزن مخصوص ۱٫۰۲۶۲۵ ہی یا پانی ملے

[illegible]ں حص سی کتنی دور پر بندوق چھوٹی تھی

فرض کرو کہ روشنی رنجک کی ایک ثانیہ میں ۱۹۲۰۰۰ میل اور آواز ۱۰۹۰ فٹ ایک ثانیہ میں پہنچتی ہے

فرض کرو کہ اس شخص سے د دوری پر بندوق چھوٹی اور جتنی ثانیہ میں کہ بندوق کی روشنی آدمی تک پہنچی اوسکی مقدار بموجب قاعدہ اربعہ متناسبہ کی نکالتی ہیں

میل میل ثانیہ ثانیہ

$$192000 : د :: 1 : \frac{د}{192000}$$

۱۷۶۰ × ۳ یا ۵۲۸۰ فٹ کا ایک میل بنتا ہے

بندوق سے آواز نکلکر جتنی ثانیہ میں آدمی تک پہنچی اوسکی تعداد کو قاعدہ اربعہ متناسبہ سے نکالتی ہیں

$$د \text{ میل} = 3 \times 1760 \times د \text{ فٹ}$$

فٹ میل ثانیہ ثانیہ

$$1090 : د :: 1 : \frac{د}{1090}$$

فٹ فٹ ثانیہ

$$\text{یا}\quad 1090 : د \times 1760 \times 3 :: 1 : \frac{د \times 1760 \times 3}{1090}$$

بموجب سوال کے روشنی اور آواز کی پہنچنے میں $10\frac{1}{2}$ ثانیہ کا تفاوت ہے

$$\therefore \frac{د \times 1760 \times 3}{1090} - \frac{د}{192000} = 10\frac{1}{2}$$

$$\text{یا}\quad د \times \frac{1090 - 192000 \times 1760 \times 3}{192000 \times 1090} = 10\frac{1}{2}$$

$$\therefore d = \frac{10\frac{1}{2} \times 19200 \times 1090}{1090 - 19200 \times .67 \times 3} = \frac{219034000}{101345091} = 2\frac{1}{6}$$ میل

(۳) سونے کا وزن مخصوص ۱۹ ۱/۴ ہی اور چاندی کا وزن مخصوص
۱۰ ۱/۲ ہی اور ایک زرگر کے پاس مکعب فٹ کی چوتھی حصے کے برابر سونا
۲۶۰ پونڈ یا ۱۳۰ سیر ہی تو بتلاؤ کہ وہ خالص سونا ہی یا اوس میں کچھ
چاندی ملی ہی اور جو چاندی ملی ہی تو بتلاؤ کہ اوسمیں کسقدر چاندی اور
کسقدر سونا ہی

مکعب فٹ کی معنی ہیں ایک فٹ لمبا ایک فٹ چوڑا اور ایک فٹ
گہرا اور ۱۶ اونس کا ایک پونڈ ہوتا ہی ایک مکعب فٹ پانی کا وزن
۱۰۰۰ اونس یا ۵۰۰ چھٹانک ہوتا ہی اور سونا پانی سی ۱۹ ۱/۴ گنا بہاری ہوتا ہے
اسلئے ایک مکعب فٹ سونا نسبت ایک مکعب فٹ پانی کے ۱۹ ۱/۴
گنا بہاری ہوگا یعنی ۱۹ ۱/۴ × ۱۰۰۰ اونس یا ۱۹۲۵۰ اونس تول میں ہوگا
اور ۱/۴ مکعب فٹ سونا ۴۸۱۲ ۱/۲ اونس یا ۳۰۰ پونڈ اور ۱۲ ۱/۲
اونس تول میں ہوگا اور زرگر کے پاس جو ۱/۴ مکعب فٹ سونا ہی وہ
۲۶۰ پونڈ تول میں ہے اس باعث سے وہ خالص سونا نہیں ہی

ایک مکعب فٹ چاندی نسبت ایک مکعب فٹ پانی کے وزن میں ۱۰ ۱/۲
گنی ہوتی ہی یعنی ۱۰ ۱/۲ × ۱۰۰۰ اونس یا ۱۰۵۰۰ اونس وزن میں ہوتی
اسلئے ۱/۴ مکعب فٹ چاندی ۲۶۲۵ اونس یا ۱۶۴ پونڈ اور ایک اونس
وزن میں ہوگی اور زرگر کے پاس جو ۱/۴ مکعب فٹ سونا ہی وہ ۲۶۰ پونڈ

تول میں بھی اس باعث سے نسبت چاندی کے وہ زیادہ بھاری ہی اور نسبت
خالص سونے کے ہلکا اسلئی اس سونے میں چاندی اور سونا دونوں ہیں
فرض کرو کہ ایک مکعب فٹ میں $\frac{1}{\text{د}}$ حصہ سونا ہی تو $\frac{1}{۴} - \frac{1}{\text{د}}$ حصہ چاندی کی ہو
اور اوپر ذکر ہو چکا کہ ایک مکعب فٹ سونا ۱۹۲۵۰ اونس وزن میں ہوتا ہی
اسلئی ایک مکعب فٹ کا $\frac{1}{\text{د}}$ حصہ سونا $\frac{19250}{\text{د}}$ اونس تول میں ہوگا
اور اسیطرح $\left(\frac{1}{۴} - \frac{1}{\text{د}}\right)$ حصہ چاندی $10500\left(\frac{1}{۴} - \frac{1}{\text{د}}\right)$ اونس وزن میں ہوگی
مگر موافق سوال کے چاندی اور سونا دونوں کا وزن ملکر ۲۶۰ پونڈ یا ۴۱۶۰ اونس ہی —

$$\therefore \frac{19250}{\text{د}} + 10500\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{\text{د}}\right) = 4160$$

$$\frac{19250}{\text{د}} + \frac{10500}{4} - \frac{10500}{\text{د}} = 4160$$

$$\frac{19250}{\text{د}} + 2625 - \frac{10500}{\text{د}} = 4160$$

د میں ضرب دینے سے $19250 + 2625\,\text{د} - 10500 = 4160\,\text{د}$

انتقال اور جمع کرنے سے $8750 = 1535\,\text{د}$

اسکے کسر $\frac{1750}{307} = \frac{8750}{1535} = \text{د}$

۳۰۷ نسب نما کے بجای تقریبی قیمت معلوم کرنے کے لئی ۳۰۰ لکھا

تو $\text{د} = \frac{1750}{300} = \frac{175}{30} = \frac{35}{6}$

$\therefore \frac{1}{\text{د}} = \frac{6}{35} = \frac{4\times 6}{4\times 35} = \frac{24}{140}$ یہہ سونے کی مقدار ہوئی

اور $\frac{1}{4} - \frac{1}{\text{د}} = \frac{35}{140} - \frac{24}{140} = \frac{11}{140}$ یہہ چاندی کی مقدار ہوئی

اسلئی اگر کل مکعب فٹ کی ۱۴۰ برابر حصے کئی جاویں تو مکعب فٹ کے

چوتہی حصے میں ۳۴ حصہ سونا ہوگا اور ۱۱ حصہ چاندی کیونکہ

۳۴ + ۱۱ = ۳۵ اور ۳۵ × ۴ = ۱۴۰

(۱۵) سوالات

(۱) وہ کونسا عدد ہے کہ جسمیں اوسکا نصف جوڑ دیویں تو حاصل جمع ۹۳ کی برابر ہو +

(۲) وہ کونسا عدد ہے کہ اگر اوسمیں اوسکی دو ثلث کو جوڑ دیویں تو حاصل جمع ۲۵ کی برابر ہو +

(۳) وہ کونسا عدد ہے کہ اوسکی نصف اور تیسری حصے میں ۳ کا تفاوت ہے +

(۴) وہ کونسا عدد ہے کہ اوسکا چوتہا حصہ پانچویں حصے سے بمقدار ۳ کی بڑا ہے +

(۵) ایک عدد ایسا ہے کہ اوسمیں سے اگر ۶ گہٹا کر باقی کو ۶ میں ضرب دیں اور پہر اوسے عدد میں سے ۴ گہٹا کر باقی کو ۴ میں ضرب دیں تو دونوں صورتوں میں حاصلضرب برابر ہوگا بتلاؤ کہ وہ عدد کونسا ہے +

(۶) ۸۴ کے دو حصے ایسے کرو کہ اگر بڑے حصے کے پانچویں حصے میں سے چھوٹے حصے کے دسویں حصے کو گہٹا دیں تو ۵ باقی رہیں +

(۷) ۵۶ کے ایسے دو حصے کرو کہ ایک حصہ دوسرے حصے کے تین ربع کے برابر ہو

(۸) دو ایسے عدد دریافت کرو کہ اگر بڑے عدد کو چھوٹے عدد پر تقسیم کریں تو ۲ خارج قسمت حاصل ہوں اور اگر بڑے عدد میں سے چھوٹے عدد کو گہٹا دیں تو بہی ۲ باقی رہیں +

(۹) ۴ لڑکوں میں بطریق انعام ۳۰ روپیہ انکو اسطرح پر تقسیم کرو کہ اول لڑکے کو نسبت دوسرے لڑکے کے ایک روپیہ زیادہ ملے اور دوسرے لڑکے کو نسبت تیسرے لڑکے کے ایک روپیہ زیادہ ملے اور اسیطرح تیسرے لڑکے کو چوتھے لڑکے سے

ایک روپیہ زیادہ ملے +

(۱۰) ۳۲ ہاتھ لمبی رسّی ہے اوسکے ایسے ۴ ٹکڑے کرو کہ پہلی ٹکڑی سے دوسرا ٹکڑا ۱½ ہاتھ بڑا ہو اور دوسری ٹکڑی سے تیسرا ٹکڑا ۲½ ہاتھ بڑا ہو اور تیسری ٹکڑی سے چوتھا ٹکڑا ۳½ ہاتھ بڑا ہو +

(۱۱) میں صرّاف کی دوکان پر ۱۰ روپئے کی آٹھہ انّیاں اور چوانّیاں بھنانے گیا اور میں نے کہا کہ مجھے اٹھہ انّیوں سے چوانّیاں دونی دے تو بتلاؤ کہ وہ مجھکو کتنی اٹھہ انّیاں اور چوانّیاں دیگا +

(۱۲) میرے پاس دوانّیاں اور چوانّیاں اور اٹھہ انّیاں اور روپئے تعداد میں برابر ہیں اور وہ سب ملکر ۱۵ روپئے کی مالیت ہیں تبلاؤ کہ دوانّیاں چوانّیاں وغیرہ کتنی کتنی ہیں +

(۱۳) میرے پاس روپیوں سے پچ گنی اٹھہ انّیاں ہیں اور کل زر ۲۸ روپئے ہیں تو تبلاؤ کہ میرے پاس کتنے روپئے اور کتنی اٹھہ انّیاں ہیں +

(۱۴) باپ کی عمر لڑکے کی عمر سے چوگنی ہے مگر ۳ برس کے پیشتر باپ کی عمر لڑکے کی عمر سے ۷ گنی تھی تبلاؤ کہ اب ہر ایک کی کیا عمر ہے +

(۱۵) ایک شخص کے دو بیٹے ہیں بڑا بیٹا چھوٹے بیٹے سے عمر میں ایک برس بڑا ہے اور دونوں لڑکوں کی عمر کا مجموعہ باپ کی عمر کے برابر ہے اور اگر باپ کی عمر میں بڑے بیٹے کی چوتھائی عمر جوڑ دی جاوے تو اوسکی عمر ۸۰ برس کی ہو جاوے پس تبلاؤ کہ ہر ایک کی کیا عمر ہوگی +

(۱۶) ایک مرد اور عورت کی عمر ملکر ۹۰ برس کی ہے ۴۰ برس کے پیشتر

اور دوسرا آدمی ۶ گھڑی میں ۴ ½ کوس چلتا تو بتلاؤ کہ پہلا آدمی دوسری آدمی کو گاتو سے کتنی دور پر ملیگا +

(۴۳) ایک حوض میں ۳ سوریونکی راہ ۲ پل کے عرصہ میں ۴۰ ۸ من پانی آتا ہی اور ایک پل میں تیسری سوری کے راہ ہوکر جسقدر پانی آتا ہے اوس سی پہلی سوری میں ہوکر ۵ من پانی کم ہر پل میں آتا ہی اور دوسری سوری کے راہ ہر پل میں ۱۰ من پانی زیادہ آتا ہی تو بتلاؤ کہ ہر ایک سوری کے راہ سے ہر پل میں کسقدر پانی گرتا ہے +

(۴۴) ایکمرد اور لڑکے نے ایک کہیت کاٹنی کا ۲ آنہ کا اجارہ لیا مگر جب کل کام میں سی دو پانچویں حصہ کام ہوگیا تب لڑکا بیٹھ رہا اور اوس مرد نے تنہا کام تمام کیا اور جتنی دنونمیں وی ملکر کام کرتے اوس سی ۱ ½ دن زیادہ لگا اور لڑکا آدمی سی آدہا کام کرتا تہا اسلئی لڑکے کو مرد سی آدہی مزدوری ملتی تہی تو بتلاؤ کہ دونونکو کیا روزمرہ ملتا ہوگا +

(۱) عددونکی باب میں پہلی سوالونکی جواب

نمبر سوال	جواب	نمبر سوال	جواب
(۱)	۱۱	(۶)	۱
(۳)	۳	(۷)	۱
(۴)	۵	(۸)	۳۵
(۴)	۹	(۹)	۲۷
(۵)	۳	(۱۰)	۴۲

جواب	نمبر سوال	جواب	نمبر سوال
۳۳	(۲۱)	۰	(۱۱)
۱۰	(۲۲)	−۳۵	(۱۲)
۹	(۲۳)	س ع	(۱۳)
۳	۲۴	۶ ع س	(۱۴)
۱	۲۵	۶ ع	(۱۵)
۲۳	۲۶	[illegible]	(۱۶)
۱۳	۲۷	۰	(۱۷)
$۱\frac{۱}{۲}$	۲۸	۱۱	(۱۸)
۴	۲۹	۱۲	(۱۹)
۳+ن ع	۳۰	۷	(۲۰)

(۲) حدود کے باب میں دوسرے سوالوں کے جواب

جواب	نمبر سوال	جواب	نمبر سوال
۲۳	(۷)	۱۸	(۱)
م+۱۸ن−۳۴ ع	(۸)	۰	(۲)
۲	(۹)	۱۱۳	(۳)
۲۴	(۱۰)	۹۰۷	(۴)
[illegible]	(۱۱)	۰	(۵)
[illegible]	(۱۲)	$۳۹\frac{۱}{۴}$	(۶)

سوال	جواب	نمبر سوال	جواب
	۱ / (۱ + د + ۲د)	(۳۲)	۳د ر / (د − ر)

(۱۰) ضرب و تقسیم کسور کے سوالوں کی جواب

نمبر سوال	جواب	نمبر سوال	جواب
(۱)	۳د / ۲	(۱۶)	۳د / ۴
(۲)	۳د	(۱۷)	[illegible]
(۳)	۵ / ۲	(۱۸)	[illegible] / ۵
(۴)	۱۵ / د	(۱۹)	۱ / د
(۵)	ح − ۲د	(۲۰)	د + ر − ۱/د − ۱/ر
(۶)	۲۸د	(۲۱)	د / ۲
(۷)	۸د	(۲۲)	۳د / ۲۰
(۸)	۹د − ۱۰	(۲۳)	د / ۸
(۹)	۴۵د + ۶۰	(۲۴)	۳د ح / ۴ر
(۱۰)	۱۱د − ۱۶	(۲۵)	م / ع
(۱۱)	۱۷د + ۱۰۶	(۲۶)	(۱ − ۲ر) / ر
(۱۲)	۳د − ۲	(۲۷)	(۱ + در) / ۴
(۱۳)	۶د + ۸	(۲۸)	۵ر / ۲ص
(۱۴)	۱۵ [illegible]	(۲۹)	۳س / ۳
(۱۵)	[illegible]	(۳۰)	۲ح د / س ط

نمبر سوال	جواب	نمبر سوال	جواب
(١٣)	ا - ۳ی [illegible]	(١٧)	[illegible]
(١٤)	د	(١٨)	١
(١٥)	[illegible]	(١٩)	ی + د
(١٦)	[illegible]	(٢٠)	[illegible]

(١٣) مساوات درجہ اول کے سوالوں کی جواب

نمبر سوال	جواب	نمبر سوال	جواب
(١)	د = ٦	(١٣)	د = ١
(٢)	د = ١	(١٤)	د = $\frac{1}{2}$
(٣)	د = ٩	(١٥)	د = ٤
(٤)	د = ٨	(١٦)	د = ١٢
(٥)	د = ٣	(١٧)	د = ٩
(٦)	د = ٤	(١٨)	د = ٧
(٧)	د = ١ [illegible]	(١٩)	د = ١٠
(٨)	د = ١	(٢٠)	د = ٣٠
(٩)	د = ١٠	(٢١)	د = ٥
(١٠)	د = ٨	(٢٢)	د = [illegible]
(١١)	[illegible]	(٢٣)	د = ٧
(١٢)	د = [illegible]	(٢٤)	د = ٧

نمبر سوال	جواب	نمبر سوال	جواب
(۲۵)	و = ۷	(۳۱)	و = ۷
(۲۶)	و = ۱۴	(۳۲)	و = ۲ ۲/۳
(۲۷)	و = ۶۰	(۳۳)	و = ۹
(۲۸)	و = ۱۰۰	(۳۴)	و = ۷
(۲۹)	و = ۳۵	(۳۵)	و = ۲
(۳۰)	و = ۱ ۱/۴	(۳۶)	و = ۸

(۱۳) خطوط وحدانی کی متعلقہ جو مساواتیں ہیں اونکی سوالونکی جواب

نمبر سوال	جواب	نمبر سوال	جواب
(۱)	و = ۰	(۷)	و = ۳
(۲)	و = ۵	(۸)	و = ۷
(۳)	و = ۲/۳	(۹)	و = ۱۴
(۴)	و = ۱۰	(۱۰)	و = ۰
(۵)	و = ۶ ۱/۲	(۱۱)	و = ۷
(۶)	و = ۲ ۵/۹	(۱۲)	و = ۲

(۱۴) کسور کے متعلقہ جو مساواتیں ہیں اونکی سوالونکی جواب

نمبر سوال	جواب	نمبر سوال	جواب
(۱)	و = ۱/۶	(۳)	[illegible]
(۲)	و = ۱/۲	(۴)	و = ۱۸